भास्कराचार्य प्रणीत

लीलावती.

प्रथम खण्ड (पाटीगणित).

पण्डित चम्पाराम मिश्र,

बी. ए., एम्. ए. एल्. बी.

इस ग्रन्थके सब अधिकार प्रकाशकने अपने आधीन रक्खे है.

कीमत १४ आने.

३ आन रहिमानगोरे

बिक्रीको तैयार.

शुकोक्ति-सुधा-सागर
अर्थात्
भागवतपुराणभाषा-गुटका।

सम्पूर्ण, २५ चित्रोंसहित, पृष्ठसंख्या १३९४.
(यही शुकसागर, शुभसागर, और सुखसागर नामसे सब जगह प्रसिद्ध है)

लेखक
'नागरीप्रचारक' व 'निगमागमचन्द्रिका' के भूतपूर्व सम्पादक तथा 'सरस्वती' 'इन्दु' 'मनोरञ्जन' आदि पत्रोंके नियमित लेखक, हिन्दीके सुकवि और सुलेखक

पण्डित रूपनारायण पाण्डेय।

की० रु० ३॥ डा० रु० १

	की. रु.	आ.	डां. रु.	आ.
एकादशीमाहात्म्य—(आगरानिवासी पंडित रामेश्वरभट्टकृत भाषाटीकासहित). ग्लेज कागजका.	१	०	०	४
” रफ कागजका. ...	०	१२	०	४
कार्तिकमाहात्म्य (सनत्कुमारसंहिता)— (आगरानिवासी पंडित रामेश्वरभट्टकृतभाषाटीकासहित). ग्लेज कागजका	१	०	०	४
” रफ कागजका.	०	१२	०	४
श्रीमद्भागवत एकादशस्कंधभाषा—श्रीचतुरदासविरचित.	०	१०	०	४
सत्यनारायणकथा—(भाषा छंदोबद्ध). ...	०	१	०	१
सत्यनारायणपूजा और कथा—पं. रामेश्वरभट्टकृत हिंदी भाषाटीकासहित.	०	५	०	१
हरितालिकापूजा कथा—पं. रामेश्वरभट्टकृत हिंदी भाषाटीकासहित.	०	२	०	१

1

वेदान्तभाषा ।

	की. रु.	आ.	डां. रु.	आ.
आत्मबोध—(हिंदीभाषाटीकासहित).	०	३	०	१
ईश्वरदर्शन—(ब्रह्मानंदस्वामिविरचित) मूल संस्कृत, भाषाटीका, जिल्दबंद ग्लेज.	१	०	०	४
श्रीमद्भगवद्गीता—(सुबोधकौमुदीनामक हिंदी भाषाटीकासहित) रेशमी जिल्द.	१	४	०	३
,, कपड़ेकी जिल्द	१	०	०	३
श्रीमद्भगवद्गीता—भगवद्गीतार्थप्रकाशिका नाम भाषाटीकासहित.	१	४	०	४

धर्मशास्त्र-भाषाग्रन्थाः ।

आशौचनिर्णय—(हिंदी भाषाटीकासहित) ...	०	४	०	१
धर्मसिंधु—(हिंदी भाषाटीकासहित). ...	६	०	०	८

काव्यग्रन्थ भाषा ।

ऋतुसंहारकाव्य—महाकवि श्रीकालिदासविरचित, मणिरामकृत चंद्रिकाव्याख्या और पंडित रामेश्वरभट्टकृत भाषाटीका.	०	५	०	१

गद्य-भाषाग्रन्थ ।

हितोपदेश—(नारायणपंडितकृत) पंडितरामेश्वरभट्टकृत हिंदी भाषाटीकासहित.	१	२	०	२

छंदोग्रन्थ-भाषा ।

श्रुतबोध—व्रजरत्नभट्टाचार्यकृत हिंदीभाषाटीका.	०	३	०	२

वैद्यक-भाषाग्रन्थ ।

वैद्यचंद्रोदय—(भाषानुवादसहित) यह. पुस्तक कविवर श्रीत्रिमल्लभट्टका बनाया है.	०	८	०	२

पांडुरंग जावजी,

निर्णयसागर प्रेसके मालिक, कालबादेवीरोड--बम्बई.

८५

श्रीयुत भास्कराचार्यप्रणीत

लीलावती.

प्रथम खण्ड (पाटीगणित)

पं. चम्पाराम मिश्र बी. ए., एम्. ए. एस्. बी.

द्वारा

अनुवादित और परिवर्द्धित.

बंबईमें

पांडुरंग जावजीने अपने "निर्णयसागर" प्रेसमें

छपवाकर प्रसिद्ध किया.

१९२२.

किंमत १४ आना.

Published by Pandurang Jawaji, and Printed by Ramchandra
Yesu Shedge, at the 'Nirnaya-sagar Press,
23, Kolbhat Lane, Bombay.

भूमिका.

यह बात अब भली भांति स्थिर हो चुकी है कि संख्याका क्रम जो अब सब संसारमें प्रचलित है पहिले पहिले भारतवर्षमें निकाला गया था कि जब अन्य विद्याओंके साथहीसाथ गणितशास्त्रमें भी भारतवर्षके आर्य्य लोगोंने अन्य देशीय सभ्यताके चिरकाल पूर्वही पूर्ण अभिज्ञता प्राप्त कर ली थी. भारतवर्षीय आर्य्योंको गणितशास्त्रके सम्यक् ज्ञान होनेके काफ़ी प्रमाण वेदोंमें भी मिले हैं. और षट्शास्त्रोंमें इसे स्थान देकर इसका मान भारतवर्षमें किया गया है. अन्य शास्त्रोंकी विस्मृतिके साथ इस शास्त्रकाभी लोपसा हो गया था, जब कोलब्रुक साहब सहायक हुये और सिद्धान्त शिरोमणिकी अंग्रेजी व्याख्या करके उसकी ओर विद्वत् मंडलीका ध्यान उन्होंने आकर्षित कर दिया. भास्कर गणितशास्त्रका अंतिम पंडित भारतवर्षीय सभ्यतामें हुआ. उसके ग्रंथ रचनाका काल विद्वानोंने ११५० सन ईसवी निश्चय किया है. इनका जन्म १०३६ शाकेमें हुआथा शाके १०३६ सन १११४ ईसवीमें होंगे इससेभी ग्रंथ रचनाका समय ११५० के लगभग आता है. परंतु इस ग्रंथमें आलमगीरी तोलके परिमाण दिये हैं कदाचित् यह क्षेपक हो.

इस पुस्तककी अनेक हिन्दी व संस्कृत व्याख्यायें व अनुवाद हो चुके हैं और किसी टीकाके लिखनेकी कदाचित् कम आवश्यकता देखनेमें आती होगी परंतु अब तक किसी टीकामें कोई श्रम इस पुस्तकको विद्यार्थियोंके उपयोगी बनानेका नहीं हुआ है. हमारे संस्कृतके अल्पज्ञ ग्रामीण ज्योतिषियोंकोभी इन टीकासे कुछ स्वाध्यायमें सहायता नहीं मिलती है. इन दोनोंके लाभार्थ हमने इस नई टीकाके बनानेका साहस किया है.

हमने पहिले भास्करकी रीतिको उन्हींके शब्दोंमें देकर उसका अनुवाद कर दिया है. जहां प्रचलित रीति भास्करकी रीतिसे पृथक् है वहां उसकोभी लिख दिया है. तदनन्तर ग्रन्थकर्ताके कहे उदाहरणोंको सिद्ध करके दिखला दिया है और विद्यार्थीके अभ्यासार्थ प्रश्न और उनके उत्तर प्रत्येक

रीतिके नीचे दे दिये हैं. उदाहरणोंकोभी संस्कृत पद्यमें लिखनेका श्रम व्यर्थ समझा गया कि जब उनका अनुवाद देनाही था. अतः उसे न देकर उदाहरणोंका अनुवाद मात्रही दिया है. परंतु यह विचारकर कि पद्य शीघ्र याद होता है और चिरकाल तक याद रहता है रीतिके श्लोकभी दिये गये हैं. तथा एक यहभी कारण है कि रीतिका मूल दिया गया है और उदाहरणका नहीं कि रीति स्थायी है बदलती नहीं. उदाहरण प्रत्येक गुरु अपने सिखाता है और समयानुकूल विद्यार्थिओंको नये २ उदाहरणोंसे काम पड़ेगा.

प्रचलित पाटीगणितोंकी पुस्तकोंमें जो पाश्चात्य पुस्तकोंका अनुकरण करके लिखी गई हैं निम्न नई और उपयोगी तथा सरल और संक्षिप्त क्रियायें पाई जाती हैं. अपवर्तन, लघुतम और महत्तम; दशमलव, सामान्य और आवर्त चक्रवृद्धि, हमने इनको परिशिष्टमें लिखकर प्रचलित पुस्तकोंके सदृश इस पुस्तकको बना देनेकी चेष्टा की है.

भास्करकी संकलन व व्यवकलनकी उत्क्रमसे क्रिया, वर्ग करनेकी क्रिया, शून्य व्यवहार, भागापवाहकी रीति, सुवर्ण और रत्नगणित, छंदचिति और श्रेढी आधुनिक पुस्तकोंसे नवीन हैं.

अतः इस पुस्तकमें प्राचीन रीतियोंके साथही साथ नवीन उपयोगी रीतियें लिखकर हमने दोनोंमें जो २ अच्छा था उसको दिखलानेका श्रम किया है. यदि कुछभी विद्यार्थीगण इसको पढ़कर लाभ उठावेंगे वा ग्रामीण ज्योतिर्षी इसको अपने कामकी समझेंगे तो हम अपना श्रम सुफल मानेंगे और अन्य भाग भी इसी भांति निकालनेका साहस करेंगे.

इस टीकाकी रचनामें मुझे लाला सीताराम बी. ए. के भाषानुवादसे बहुत सहायता मिली है. अथवा यह कहनाभी अनुचित न होगा कि उसे देखकरही मेरा उत्साह इसके लिखनेका हुआ है. मैं उनका अति अनुगृहीत हूं. पं० रामावतार शुक्लनेभी इसके लिखने व प्रश्नादि निकालनेमें बहुत मदद दी है. वहभी मेरे अनेक धन्यवादके पात्र हैं.

अनुक्रमणिका.

	पृष्ठ.		पृष्ठ.
मंगलाचरण	१	गुणाकर्म	७७
परिभाषा	१	त्रैराशिक	८२
जोड़	६	व्यस्त त्रैराशिक	८५
बाकी	१०	पंचराशिकादि	८८
गुणन	१४	भांड प्रतिभांड	९४
भाग	१५	मिश्रक	९६
वर्ग	२२	दावली भरना	१००
वर्गमूल	२८	क्रयविक्रय	१०२
घन	३२	रत्न	१०५
घनमूल	३६	सुवर्ण गणित	१०७
भिन्न	४२	छंदचिति व मूषावाहन ...	१११
भिन्नोंका जोड़ व अंतर ...	५०	श्रेढी व चय व्यवहार ...	११३
भिन्न गुणन	५२	छंदवृत्ति ज्ञान	१२०
भिन्न भाग	५४	**परिशिष्ट.**	१२३
भिन्न वर्ग घनादि	५६	महत्तम समापवर्तक	१२३
शून्य व्यवहार	५८	लघुतम समावर्त्य	१२५
व्यस्तविधि	५९	दशमलव	१२७
इष्टकर्म	६४	आवर्त दशमलव	१३१
संक्रमण	७१	चक्रवृद्धि	१३४
वर्गकर्म	७४		

रीति
सम
उद
या
तथ
नहीं
है

लि
ज
अ

लीलावती.

मंगलाचरण.

प्रीतिं भक्तजनस्य यो जनयते विघ्नं विनिघ्नत् स्मृत-
स्तं वृन्दारकवृन्दवन्दित-पदं नत्वा मतङ्गाननम् ।
पाटीं सद्गणितस्य वच्मि चतुर-प्रीतिप्रदां प्रस्फुटां
संक्षिप्ताक्षरकोमलामलपदैर्लालित्य-लीलावतीम् ॥

अर्थ—भक्तजनकी प्रीतिको जो उत्पन्न करते हैं, जो स्मरण करतेही विघ्नोंका नाश करते हैं, ऐसे देवताओंके गणोंसे सेवित पदवाले श्री गणेशजीको नमस्कार करके, चतुरोंको प्रीति देनेवाली, स्फुट लालित्यसे भरी, अच्छे गणितकी पाटी लीलावतीको कहता हूं.

परिभाषा प्रकरण.

वराटकानां दशकद्वयं यत् सा काकिणी ताश्च पणश्चतस्रः ।
ते षोडश द्रम्म इहावगम्यो द्रम्मैस्तथा षोडशभिश्च निष्कः ॥ १ ॥
तुल्या यवाभ्यां कथितात्र गुञ्जावल्लस्त्रिगुञ्जो धरणं च तेऽष्टौ ।
गद्याणकस्तद्द्वयमिन्द्रतुल्यैर्वल्लैस्तथैको घटकः प्रदिष्टः ॥ २ ॥
दशार्धगुञ्जं प्रवदन्ति माषं माषाह्वयैः षोडशभिश्च कर्षम् ।
कर्षैश्चतुर्भिश्च पलं तुलाज्ञाः कर्षं सुवर्णस्य सुवर्णसंज्ञम् ॥ ३ ॥
यवोदरैरङ्गुलमष्टसंख्यैर्हस्तोऽङ्गुलैः षड्गुणितैश्चतुर्भिः ।
हस्तैश्चतुर्भिर्भवतीह दंडः क्रोशः सहस्रद्वितयेन तेषाम् ॥ ४ ॥
स्याद्योजनं क्रोशचतुष्टयेन तथा कराणां दशकेन वंशः ।
निवर्तनं विंशतिवंशसङ्ख्यैः क्षेत्रं चतुर्भिश्च भुजैर्निबद्धम् ॥ ५ ॥

हस्तोन्मितैर्विस्तृतिदैर्घ्यपिंडैर्यद्द्वादशास्त्रं घनहस्तसंज्ञम् ।
धान्यादिके यद्घनहस्तमानं शास्त्रोदिता मागधखारिका सा ॥ ६॥
द्रोणस्तु खार्याः खलु षोडशांशः स्यादाढ़को द्रोणचतुर्थभागः ।
प्रस्थश्चतुर्थांश इहाढ़कस्य प्रस्थाङ्घ्रिराद्यैः कुडवः प्रदिष्टः ॥ ७ ॥
पादोनगद्याणकतुल्यटङ्कैर्द्विसप्ततुल्यैः कथितोत्र शेरः ।
मणाभिधानं खयुगैश्च शेरैर्धान्यादिमानेषु तुरुष्कसंज्ञाः ॥ ८ ॥
त्र्यंकेंदुसंख्यैर्धटकैश्च शेरस्तैः पंचभिः स्याद्धटिका च ताभिः ।
मणोऽष्टभिस्त्वालमगीरशाहकृतात्र संज्ञा निजराज्यपूर्षु ॥ ९ ॥
एक-दश-शत सहस्रायुतलक्षप्रयुत-कोटयः क्रमशः ।
अर्बुदमब्जं खर्व-निखर्व-महापद्म-शंकवस्तस्मात् ॥ १० ॥
जलधिं चान्त्यं मध्यं परार्धमिति दशगुणोत्तरं संज्ञाः ।
संख्यायाः स्थानानां व्यवहारार्थं कृताः पूर्वैः ॥ ११ ॥

द्रव्यपरिमाण.

२० वराटक	=	१ काकिणी.
४ काकिणी	=	१ पण.
१६ पण	=	१ द्रम्म.
१६ द्रम्म	=	१ निष्क.

तोलपरिमाण.

२ जौ	=	१ गुञ्जा (रत्ती).
३ गुञ्जा	=	१ वल्ल.
८ वल्ल	=	१ धरण.
२ धरण	=	१ गद्याणक.
१४ वल्ल	=	१ धटक.

अन्य (सुवर्णपरिमाण.)

५ गुञ्जा	=	१ माष.
१६ माष	=	१ कर्ष.
४ कर्ष	=	१ पल.

१ कर्ष सोनेकी सुवर्णसंज्ञा है.

मार्गपरिमाण.

८ जौ	=	१ अंगुल.
२४ अंगुल	=	१ हाथ.
४ हाथ	=	१ दंड.
२००० दंड	=	१ क्रोश.
४ क्रोश	=	१ योजन.
१० हाथ	=	१ वांस.

२० हाथ लम्बे २० चौडे चार भुजाके खेतको निवर्तन कहते हैं.

धान्यपरिमाण.

१ हाथ गहरा १ हाथ लंबा, १ हाथ चौड़ा १२ कोनवाला पिंड घन हस्त कहलाता है. धान्यके एसे नापको मगध खारिका कहते हैं.

१६ द्रोण	=	१ खारी.
४ आढ़क	=	१ द्रोण.
४ प्रस्थ	=	१ आढक.
४ कुडव	=	१ प्रस्थ.

यवनसंज्ञा.

पौन गद्याणक	=	१ टंक.
७२ टंक	=	१ शेर.
४० शेर	=	१ मन.

आलमगीरी तोल.

१६२ धटक	=	१ शेर.
५ शेर	=	१ धडी.
८ धड़ी	=	१ मन.

संख्यापरिमाण.

एक...	१.
दश...	१०.
शत...	१००.
सहस्र (हजार)	१०००.
अयुत (दशहजार)	१००००.
लक्ष (लाख)	१०००००.
प्रयुत (दशलाख)	१००००००.
कोटि (करोड़)	१०००००००.
अर्बुद (दश करोड)	१००००००००.
अब्ज (अरब)	१०००००००००.
खर्व (दश अरब)	१००००००००००.
निखर्व (खरब)...	१०००००००००००.
महापद्म (दश खरब)	१००००००००००००.
शंकु (नील)	१०००००००००००००.
जलधि	१००००००००००००००.
अन्त्य	१०००००००००००००००.
मध्य	१००००००००००००००००.
परार्ध	१०००००००००००००००००.

आधुनिक कालकी परिभाषाका जाननाभी आवश्यक है अतएव मुख्य २ नीचे लिखी जाती है।

द्रव्यपरिमाण (भारतीय).

१२ पाई	=	एक आना.
१६ आना	=	एक रुपिया.
१६ रु०	=	एक अशर्फी वा मोहर.
१५ रु०	=	एक सावरन.

अंगरेजी.

४ फार्दिग	=	१ पेंस वा पेनी.
१२ पेंस	=	१ शिलिङ्ग.
२० शि०	=	१ पौंड.

तोलपरिमाण (भारतीय).

८ खशखाश (पोस्ताके दाने)	=	१ चावल.
८ चावल	=	१ रत्ती.
८ रत्ती	=	१ मासा.
१२ माशा	=	१ तोला (एक रुपियाभर)
५ तोला	=	१ छटांक.
४ छटांक	=	१ पाव.
१६ छटांक वा ४ पाव	=	१ सेर.
४० सेर	=	१ मन.
३½ मन	=	१ पल्ला.

अंगरेजी.

१६ ड्राम	=	१ औंस.
१६ औंस	=	१ पौंड.
२८ पौं०	=	१ क्वार्टर.
४ क्वार्टर	=	१ हंड्रेडवेट.
२० हंड्रेडवेट	=	१ टन.

अन्य अंगरेजी तौल जो बहु मूल्य पदार्थोंके तौलनेमें काम आती है.

२४ ग्रेन	=	१ पेनीवेट.
२० पेनीवेट	=	१ औंस.
१२ औंस	=	१ पौंड.

(मार्ग) मापपरिमाण (अंगरेजी).

३ जौ (जौकैं मिलाकर रखनेसे)	=	१ इंच.
१२ इंच	=	१ फुट.
३ फीट	=	गज (१६ गिरह).
३ गज	=	एक गट्ठा.
६० गज वा २० गट्ठा	=	१ जरीब.
५½ गज	=	१ पोल.
२२० गज वा ४० पोल	=	१ फ़र्लाङ्ग.
१७६० गज वा ८ फ़र्लाङ्ग	=	१ मील.
२ मील	=	१ कोश.

जोड़.

परिभाषा—दो वा अधिक संख्यावोंको इकट्ठा करनेको जोड़ वा योग कहते हैं, इसका चिन्ह + है, इसे धन भी कहते हैं।

रीति—

कार्यः क्रमादुत्क्रमतोऽथवाङ्कयोगो यथास्थानकमंतरं वा ॥

(लीलावती)

अर्थ—अंकोंका योग अथवा अंतर आदिसे वा अंतसे यथास्थान करना. जैसे इकाईके नीचे इकाई दहाईके नीचे दहाई तथा सैकड़ाके नीचे सैकड़ा इत्यादि रखकर जोड़ना हो तो जोड़ना और घटाना हो तो घटाकर शेष फल लेना।

रीति—(१) क्रमसे जैसा आजकल प्रचलित है।

पहिले इकाईके स्थानमें लिखे अंकोंको जोड़ो और योगफलको एक आड़ी लकीर खींचकर नीचे लिखो. यदि योगफल १० से अधिक हो तो योगफलके इकाईके अंकको इकाईके नीचे लिखो. फिर दहाईके सम्पूर्ण अंक जोड़कर पहिले योगफलका शेष अंक जोड़ दो और दहाईके नीचे लिखो. इसी प्रकार सैकड़े आदिके अंक जोड़ो।

उदाहरण १.—२ + ५ + ३२ + १९३ + १८ + १० + १०० को जोड़ो।

(लीलावती).

इन सबको पहिले संख्याकी रीतीसे लिखा. फिर इकाइयाँ जोड़ीं २ और ५ सात, ७ और २ नव, ९ और ३ बारह, १२ और ८ बीस २० और शून्य बीस, बीस और ० बीस, सो २० दशसे अधिक है अतएव एक आड़ी लकीरके नीचे इकाईके स्थानपर इकाईका शून्य रक्खा शेष रहा २ फिर दहाईके अंक जोड़े. ३ और ९ बारह, १२ और १ तेरह, १३ और १ चौदह, चौदहमें २० का शेष अंक २ मिलाया तो १६ हुये १६ दशसे अधिक है इस लिये ६ दहाईका अंक दहाईके स्थानपर लिखा शेष रहा १ फिर सैकड़ेके अंक जोड़े १ और १ दो २ में दहाईका शेष अंक १ मिलाया तो हुये ३, यह ३ सैकड़ेके स्थानपर लिखा सम्पूर्ण योगफल हुआ ३६०.

२
५
३२
१९३
१८
१०
१००
३६०

रीति—(२) उत्क्रमसे—

पहिले बाई ओरके अंकोको जोड़कर रेखाके नीचे उसी स्थानपर लिखो. फिर सन्निकटके दाहिनी ओरके अंक जोड़ो और योगफल उसी स्थानपर लिखो यदि योगफल १० से अधिक है तो इकाईका अंक उसी स्थानपर लिखो और शेष अंक बाई ओरके लिखे हुये अंकमें मिला दो फिर आगेके अंक इसी प्रकार जोड़ो।

उदाहरण २.—२ + ५ + ३२ + १६३ + १८ + १० + १०० को जोड़ो।

पहिले सबसे बायें हाथके अंक जोड़े. १ और १ दो हुये सो उन्ही अंकोंके नीचे रेखा खींचकर लिए दिये. फिर उसके पासवाले अंक जोड़े ३ और ६ बारह, १२ और १ तेरह १३ और १ चौदह सो १४ दशसे अधिक है अतएव इकाईका अंक ४ इस श्रेणीके नीचे रक्खा शेष रहा १ सो पहिले योगफलके २ में मिला दिया २ और १ तीन हुये फिर अगले अंक जोड़े २ + ५ = ७, ७ + २ = ९, ९ + ३ = १२, १२ + ८ = २०, २० + ० = २०, २० + ० = २० यह १० से अधिक है इस लिये इकाईका शून्य इस श्रेणीके नीचे रक्खा और शेष २ को इससे प्रथमवाले योगांक ४ में मिलाये तो हुये ६.

२
५
३२
१६३
१८
१०
१००
२४०
३६०

∴ योगफल हुआ = ३६०.

व्युत्पत्ति—

= २ + ५ + ३२ + १६३ + १८ + १० + १००.
= २ + ५ + (३० + २) + (१०० + ६० + ३) + (१० + ८) + १० + १००.
= ७ + ३० + २ + (१०० + ६० + ३) + (१० + ८) + १० + १००.
= ३७ + २ + १०० + ६० + ३ + १० + ८ + १० + १००.
= ३९ + १०० + ६० + ३ + १० + ८ + १० + १००.
= १३९ + ६० + ३ + १० + ८ + १० + १००.
= २२९ + ३ + १० + ८ + १० + १००.
= २३२ + १० + ८ + १० + १००.
= २४२ + ८ + १० + १००.
= २५० + १० + १००.
= २६० + १००
= ३६०.

अथवा—२ + ५ + ३२ + १९३ + १८ + १० + १००.

२.
५.
३० + २.
१०० + ९० + ३.
१० + ८.
१०
१००
२०० + १४० + २० = ३६०.

अभ्यास. १.

क्रम तथा उत्क्रमसे जोड़ो.

१.	२.	३.	४.	५.
५	८	१८४०	१२१	४३२६५४
८	९	३२३	३३	२५७९६१
९	१३	७१८	४४३	४३२८७५
१८	२८	२५४३७	५२२६	८२६५४३
२७	५२६	१७	२२	१२३८९१
३२५	४३२५	३४४४	९८१	२१३४५६
		२०		३२५७६९
				९८६५४२

९. एक पाठशालामें २५ विद्यार्थी एक कक्षामें हैं १९ दूसरीमें २७३ तीसरीमें और ९ चौथी कक्षामें हैं तो सब कितने हैं।

७. एक विद्यार्थीने ५ प्रश्न एक दिन १८ दूसरे दिन, २७ तीसरे दिन और ३४९ प्रश्न चौथे दिन निकाले तो सब कितने प्रश्न निकाले?

८. एक पुस्तकमें २६६० अक्षर पहिले पृष्ठपर हैं ३४४९ दूसरेपर ५८५१ तीसरेपर, ६२२३ चौथेपर, ९५८३ पांचवेंपर, ३८७५३ छठेपर, ८७५४३२ सांतवेंपर, १२३८७५४३२ आठवेंपर और, ९४३७८५४३२६ नवें पृष्ठपर है तो उस पुस्तकमें सब कितने अक्षर है?

९. पहिले प्रश्नके सिद्ध करनेपर तुमको २ पैसे, दूसरेके ५ पैसे, तीसरेके २०० पैसे, चौथेके २२३ पैसे, पांचवेंके ३२६३ पैसे, छठेके ८ पैसे और सातवेंके २३४५६ पैसे इनाम मिले तो सब कितने पैसे मिले?

१०. एक गांवमें प्लेग होनेसे लोगोंने चूहे मार डाले। यदि पहिले वर्षमें ३५७८, दूसरेमें ४५६७६, तीसरेमें ८६५४३ मारे और प्लेग कम होजानेसे चौथे वर्षमें ८०६७, पांचवेंमें २० परंतु फिर बढ़नेसे छठेमें ३४५४३२२ मारे तो सब कितने चूहे मारे गये?

११. गेंदके खेलमें एक लड़केने ६७, दूसरेने ३७, तीसरेने ११ चौथेने ४६; पाँचवेने ५८ छठेने ८१ और सातवेंने केवल १६ रन किये शेष चार लड़कोंने कुछ नहीं किये बतावो सब कितने रन हुये?

१२. एक सरोवरमे स्नान करते समय मोहनने ३२ कमल, सोहनने ४१, राधाने सोहनसे ११ अधिक, श्यामने सोहनसे १७ अधिक और वल्लभने अकेले उतने कमल तोड़े जितने मोहन, सोहन और राधाने मिलकर तोड़े बतावो सब कितने फूल तोड़े गये?

१३. तुह्मारे गांवमें ५३७ ब्राह्मण, ६६७ क्षत्रिय, ३५५ वैश्यजातिके लोग और १००६ शूद्र बसते हैं अगले वर्ष उसमें २७ ब्राह्मण, ११ क्षत्रिय १६ वैश्य और ४१ शूद्र बढ़ गये बतावो सब कितने आदमी हुये?

१४. तुह्मारे पिता प्रतिवर्ष ६७५ रु. गोशालामें चंदा देते हैं. २३५ रुपियोंसे दीन दुखियोंकी सहायता करते हैं. २२७ रुपियेकी दवा बाँटते हैं. २०३ रु. से पाठशालेके गरीब विद्यार्थियोंको पुस्तकें मोलले देते हैं और ७८१ रु. अन्य कई धर्म कार्य्योंमें व्यय करते हैं, बतावो प्रतिवर्ष कितने रु. पुण्य करते हैं.

१५. पांच दिनकी छुट्टीमें तुह्मारे गुरूजीने घरपर सवाल लगानेके लिये आज्ञा दी. इतवारको तुमने ३७ और प्रतापसिंहने ४१ लगाये सोमवारको तुमने २५ और प्रतापने तुमसे १२ अधिक मंगलको तुमने ५६ सवाल लगाये परंतु प्रताप खेलता रहा बुधको तुमने ६१ और प्रतापने १७ बृहसतिको तुमने ८७ और प्रतापने ५२ सवाल लगाये बतावो किसने अधिक सवाल लगाये और गुरूजी किससे प्रसन्न होंगे?

उत्तर.

१. ३९२. २. ४९०९. ३. ३१७९९. ४. ६८२६. ५. ३५९९६९१. ६. ३२६ विद्यार्थी. ७. ३९९ प्रश्न. ८. ९५६२६७१७०९ अक्षर. ९. २७१८७ पैसे. १०. ३६०१२३९ चूहे. ११. ३२२ रन. १२. २९० फूल. १३. २६९६ मनुष्य. १४. २१२१ रु. १५. हमने, हमसे.

व्यवकलन वा अंतर (बाकी).

परिभाषा—एक राशिमेंसे दूसरी राशिको घटाने वा निकालनेको व्यवकलन वा बाकी कहते हैं। चिन्ह इसका – है।

सूचना—जिस राशिमेंसे कोई राशि निकाली जाती है उसको वियोज्य और जो राशि निकाली जाती है उसे वियोजक कहते हैं.

रीति—

कार्यः क्रमादुत्क्रमतोऽथवाङ्कयोगो यथास्थानकमंतरं वा ॥

(लीलावती).

अर्थ—अंकोंका योग अथवा अंतर आदिसे वा अंतसे यथास्थान करना, जैसे इकाईके नीचे इकाई दहाईके नीचे दहाई तथा सैकड़ाके नीचे सैकड़ा इत्यादि रखकर जोड़ना वा घटाना।

रीति—क्रमसे—(जैसा आजकल प्रचलित है).

वियोज्यके नीचे वियोजक लिखो फिर इकाईमेंसे इकाई घटावो शेष इकाईके नीचे लिखो फिर दहाईमेंसे दहाई घटावो और शेष दहाईके नीचे लिखो इसी प्रकार सैकड़े इत्यादिके अंक घटावो, यदि नीचेकी संख्याका कोई अंक ऊपरकी संख्याके सजातीय अंकसे अधिक हो तो ऊपरवाले उस अंकके बाईं ओरके अंकमेंसे १ घटादो और उसमें १० मिलादो तब घटावो.

उदाहरण १.—५७३ मेंसे ४६१ घटावो.

पहिले इकाईके तीनमेंसे १ घटाया शेष रहे २ सो रेखाके	५७३
नीचे इकाईके स्थानपर लिखे फिर दहाईके ७ मेंसे ६ घटाये	४६१
शेष १ दहाईके स्थानपर लिखा, फिर ५ सैकड़ेमेंसे ४ घटाये	११२

तो शेष १ रहा सो सैकड़ेके स्थानपर लिखा, इस प्रकार शेषफल ११२ हुआ।

उदाहरण २.—५७३ मेंसे ४८२ घटावो।

पहिले ३ मेंसे घटाये २ शेष रहा १ सो इकाईके नीचे लिखा, फिर ७ में ८ घटाना है सो नही निकल सक्ते तो ७ के बाई ओरके अंक ५ में १ घटा दिया और ७ में १० जोड़ लिये हुये १७ इसमेंसे घटाये ८ शेष रहे ९ सो दहाईके नीचे लिखे, अब ५ मेंसे १ निकाल देनेपर ४ रह गये थे सो ४ मेंसे ४ घटाये शेष रहा० सो सैकड़ेके नीचे लिखा इस प्रकार शेषफल ९१ हुआ।

```
५७३
४८२
———
 ९१
```

उदाहरण ३.—१०००० मेंसे ३६० को घटावो। (लीलावती.).

न्यास—पहिले इकाईके स्थानवाले शून्यमेंसे ० शून्य घटाया रहा शून्य सो नीचे लिखा अब दहाईके स्थानवाले शून्यमेंसे ६ घटाना है नहीं घट सक्ता और बाई ओर दो स्थानोंतक शून्य है अतएव अंत्यांक १ मेंसे १ घटाया अब सहस्रके स्थानपर १० मिलाये १० ही हुये उसमेंसे १ घटाया ९ रहे और सैकडेके स्थानमें १० मिलाये १० हुये उसमेंसे १ घटाया ९ रहे अब दहाईके शून्यमें १० मिलाये १० हुये इसमेंसे ६ घटाये शेष रहे ४ सो नीचे दहाईके स्थानपर लिखे अब सैकड़ेके स्थानपर ९ है ३ घटाये शेष रहे ६ सो सैकड़ेके स्थानपर नीचे लिखे अब सहस्रके स्थानपर ९ है उसमेंसे कुछ नहीं घटाना हैं सो ९ लिखे उत्तर ९६४० हुआ.

```
१००००
  ३६०
—————
 ९६४०
```

रीति (२) उत्क्रमसे.

वियोज्य और वियोजकको नियमके अनुसार लिखो फिर बांई ओरके अंकमेंसे उसके नीचेका अंक घटावो और नीचे उसी स्थानपर लिखदो इसके पश्चात उसके पासवाले दाई ओरके अंकको घटावो इसी प्रकार अंततक करते जावो, यदि कोई अंक वियोज्यका वियोजकके सजातीय श्रेणीके अंकसे कम हो तो पहिले जो घटानेसे शेष वचा है से १ घटाकर दहिने हाथवालेमें (जो कम है) दश जोड़लो और नीचेवाला अंक घटावो.

उदाहरण १.—५७३ मेंसे ४६१ घटावो।

५ में ४ घटाये रहा १ सो नीचे सैकड़ेके स्थानपर लिखा फिर, ७ मेंसे निकाले ६ रहा १ सो दहाईके नीचें लिखा फिर ३ मेंसे घटाया १ रहा २ सो इकाईके नीचे लिखा शेष फल हुआ ११२.

```
५७३
४६१
———
११२
```

उदाहरण २. ५७३ मेंसे ४८२ घटावो।

५ मेंसे गये ४ रहा १ सो सैकड़ेके स्थानपर नीचे लिखा फिर ७ मेंसे ८ घटाना है परंतु ८ बड़ा है ७ से अतएव १ मेंसे १ निकाला रहा ० और ७ में दश जोड़े हुये १७ इसमेंसे घटाये ८ रहा ९ सो दहाईके नीचे लिखे, अब ३ मेंसे २ घटाये रहा १ सो इकाईके नीचे लिखा सम्पूर्ण शेष फल हुआ ९१।

```
५७३
४८२
---
०९१
```

उदाहरण ३.—१०००० मेंसे ३६० घटावो।

यहां पहिले शून्यमेंसे ३ घटाना है सो नहीं घटता तो पासवाली वांयीश्रेणीसे १ लेना चाहा परंतु वहांभी शून्य है तब उससे आगेवाले १ मेंसे १ घटाया वहां शून्यरहा और सहस्रके स्थानपर दस हुये अब दशमेंसे १ घटाया ९ रहे और सैकड़ेके स्थानपर १० हुये इसमेंसे ३ घटाये ७ रहे अब ० मेसे ६ घटना है नही घटा तो ७ मेंसे १ कम किया ६ रहे और दहाईके स्थानपर १० हुये १० मेंसे ६ घटाये ४ रहे और शून्यमेंसे शून्य घटाया शून्य रहा पिछले अंकोंमें ९ मेंसे कुछ नही घटाना है ९ रक्खे अतएव ९६४० उत्तर हुआ।

```
१००००
  ३६०
-----
 ९६४०
```

अभ्यास.

१. ८७५६७	२. ५४३२१	३. ३२८७६
७५३२६	७८६५	२१६५७
४. ८६७६५५३	५. ६७२०३८४	६. ७६५२००६८
२०५४०२	४५३००७१	२४६७६८०७

७. एकपंडितनें अपने विद्यार्थियोंको जिन्होंने अच्छा काम किया था बताशे बांटे, उनकेपास ७३२८७६ बताशे थे, बांटनेपर २० बच रहे बतावो कितने बताशे बांटे?।

८. प्लेग होनेसे नंदिग्रामकी जन संख्या ११००५९ से ७९८४२ रहगई तो कितने मनुष्य प्लेगसे मरे?।

९. एक मनुष्य ५६३२ पुष्प लेकर यात्राको चला १० पुष्प गंगाजीपर चढ़ाये १२ शिवजीपर १८ विश्वनाथपर ३२ बटेश्वरनाथपर १०२ भुवनेश्वरी देवीपर और ५४५ गोकर्णनाथपर चढ़ाये, जो बचे वे रामेश्वर ले गया। बतावो रामेश्वरको कितने फूल ले गया?

१०. एक मनुष्यको एक दीवार बनवानी थी वह प्रति टोकरी एक कौड़ी देता है दिनके प्रारंभमें वह ३४५७८६ कौड़ी लेकर बैठा और अंतको ५७२ कौड़ियाँ लेकर घर गया बतावो कितनी टोकरी मट्टी पड़ी?

११. २००० कबूतरोंका एक गोल उड़ा एक शिकारीनें बंदूक चलाई जिससे कुछ मर गये बाक़ीमेंसे १८ एक पीपलपर, १२ आमपर, २५० एक कुवाँमें ३२ नीमपर जा बैठे और १६८६ दूसरी ओरको चक्कर काटकर उड़ गये तो बतावो कितने मारे गये?

१२. विपिनबाबू और बसंतकुमार बाज़ी लगाकर दौड़े विपिनबाबू २०२१ हाथ और बसंतकुमार १८३५ हाथ दौड़ा बतावो कौन जीता और कितना अधिक दौड़ा?

१३. एक शहदके छत्तेमें ८७१०२ मक्खियाँ हैं जिनमेंसे ६५३२ तो छत्ता बनानेका काम करती हैं ७२५१ बच्चोंके पालन पोषणमें लगी रहती हैं ३८५६० इधर उधरसे फूलोंका रस लाती हैं १२००० सबके कामकी देख भाल करती हैं शेष मखियाँ बेकार घूमा करती हैं बतावो कितनी बेकार रहती हैं?

१४. एक मनुष्यको खेतीसे १५२५ रु. वाणिज्यसे १५३४५ रु. मकानोंके भाड़ेसे ७५७ रु. एक वर्षमें आमदनी होती है जिसमेंसे १६७५ घरके खर्चमें १८५२ रु. नौकरोंकी तनख़ाहमें ३२३६ रु. बालकोंकी पढ़ाईमें ३५७ लगानमें और ६४७ रु. और कईकामोंमें ख़र्च हो जाता है बतावो एक वर्षमें कितना बचाता है?

१५. देवदत्तके पास १३५ अमरूद यज्ञदत्तके पास देवदत्तसे १२ कम नरेंद्रके पास यज्ञदत्तसे ६१ अधिक और शारदाप्रसादके पास नरेंद्रसे ३५ कम हैं सबोंने कुल अमरूद एकमें मिलाकर उसमेंसे ३८६ दीनदुखियोंको बाँट दिये ५ अमरूद कई तोतोंको खिलाये और १५७ अमरूद गुरूजीको देकर बाकी अपने साथी विद्यार्थियोंको दे दिये बतावो विद्यार्थियोंको कितने अमरूद दिये?

उत्तर.

१. १२२४१. २. ४६४२६. ३. १०६२२. ४. ८७७११५१. ५. ५१६०३१३. ६. ५१८४३२६१. ७. ७३२८५६. ८. ३०२१७. ९. ४६१३. १०. ३४५२१७. ११. २. १२. विपिन, १८६. हाथ १३. १६७२६. १४. ६५६०. १५. १००.

गुणन.

परिभाषा—योगकी संक्षिप्त क्रिया गुणन है । चिन्ह इसका × वा (का) वा कोई चिन्ह नहीं ।

सूचना—जिस राशिको गुणन करते हैं उसको गुण्य और जिस राशिसे गुणन करते हैं उसको गुणक तथा उसके फलको गुणन फल कहते हैं । गुणक और गुण्यका परस्पर स्थान बदल देनेसे भी गुणन फलमें कोई अंतर नहीं आता ।

रीति—(१)

गुण्यांतमंकं गुणकेन हन्यादुत्सारिते नैवमुपांत्यमादीन् ।

अंतके गुण्य अंकको गुणकके अंत वाले अंकसे गुणा करो और गुणन फलको यथास्थान लिखते जावो फिर उसी अंकसे गुण्यके बाकी अंकको गुणा-करो फिर गुणकके पासवाले दूसरे अंकसे गुण्यको उपरोक्त रीतिसे गुणा करो इस बार गुणन फल पहिले गुणन फलसे वांई ओर एक स्थान छोड़कर अर्थात् दाईं ओर एक अंक बढ़कर लिखो इसी प्रकार अन्य अंकोंको भी गुणा करो अंतमें सम्पूर्ण गुणन फल जोड़लो यही गुणन फल होगा ।

यदि किसी अंकका गुणन फल १० वा १० से अधिक है तो इकाईका अंक यथा स्थान लिखो शेषबाईं ओर के अंकमें जोड़दो ।

उदाहरण—१३५ को १२ से गुणा करो

न्यास—गुण्य १३५ को ऊपर तथा गुणक १२ को उसके नीचे लिखा फिर १ से १३५ के संपूर्ण अंकोंको इस प्रकार गुणा किया १ एकन १ सो नीचेलिखा फिर १ तिये ३ सो भी एकके दाईं ओर लिखा फिर १ पंचे ५ सो भी लिखा अब गुणकके दूसरे अंक २ से गुण्यके प्रत्येक अंकको इस प्रकार गुणा किया २ एकन २ सो पहिले गुणन फल से एक स्थान बढ़ाकर ३ के नीचे लिखा फिर २ तिये ६ लिखा फिर २ पंचे १० इसके इकाईके शून्यको उस स्थान पर लिखा शेष १ उसके बाईं ओर के अंक ६ में जोड़कर ७ लिखा सबको जोड़नेसे गुणन फल हुआ १६२०.

```
 १३५
  १२
-----
 १३५
२७०
-----
१६२०
```

रीति—(२)

गुण्यस्त्वधोऽधो गुणखण्डतुल्यस्तैः खण्डकैः संगुणितो युतो वा

(लीलावती)

अर्थ—गुणकके खण्ड करै जितने खण्ड हों उतने स्थान गुण्यको स्थापित कर के गुणकके खण्डोंसे पृथक् २ गुणा करै तदुपरांत सबको जोड़ले वही गुणन फल होगा इसको खण्ड गुणन कहते हैं ।

उदाहरण—१३५ को १२ से गुणा करो.

न्यास—पहिले गुणक अर्थात् १२ के खण्ड किये २,२,६,२ इन सब खंडोंसे गुण्य १३५ को पृथक् २ गुणा किया.

१३५ × २ = २७०
१३५ × २ = २७०
१३५ × ६ = ८१०
१३५ × २ = २७०

इन सबको जोड़ा तो हुये (२७० + २७० + ८१० + २७०) = १६२० यही गुणन फल हुआ.

रीति—(३) (विभाग गुणन)

भक्तो गुणः शुध्यति येन तेन लब्ध्या च गुण्यो गुणितः फलं वा ॥

(लीलावती)

अर्थ—गुणकको किसी अंकसे भागदेनेसे यदि कुछ शेष न बचे तो भाजक और लब्धिसे गुण्यको गुणा करो अर्थात् पहिले भाजकसे गुणा करो जो आवे उसको लब्धिसे गुणा करो तो इष्ट गुणन फल होगा ।

अथवा इसको यों समझो कि गुणकके ऐसे खण्ड करो कि उनसे गुणकको भाग देनेसे कुछ बचै नहीं फिर एक खंडसे गुण्यको गुणन करो और गुणन फलको दूसरे खंडसे गुणन करो फिर इसी प्रकार तीसरेसे अंत गुणन-फल इष्ट गुणन फल होगा ।

उदाहरण—१३५ को १२ से गुणा करो ।

पहिले गुणक १२ के ३,४ खंड किये फिर १३५ को ३ से गुणा किया गुणन फल हुआ १३५ × ३ = ४०५ ४०५ को ४ से गुणा किया गुणन फल हुआ ४०५ × ४ = १६२० यही उत्तर हुआ.

```
 १३५
   ३
 ----
 ४०५
   ४
 ----
१६२०
```

अथवा १२ के २,६ खंड किये पहिले १३५ को २ से गुणा किया आये २७० तव २७० को ६ से गुणा किया गुणन फल हुआ १६२०

१३५
२
२७०
६
१६२०

रीति—(४) (स्थान गुणन)

द्विधा भवेद्रूपविभाग एवं स्थानैः पृथग्वा गुणितः समेतः ॥

(लीलावती)

अर्थ—गुण्यको प्रथम एकस्थानीय अंकसे पीछे दशमस्थानीय अंकसे गुणा करो और दोनो गुणन लब्धियोंको जोड़ो यही योग गुणनफल होगा। अथवा यों समझो कि प्रथम रीतिमें वर्णन की हुई प्रक्रिया दाहिने हाथकी ओरसे आरंभ करो और गुणकके प्रत्येक अंक और गुण्यके गुणनफलको अपनेसे पहिले गुणनफलके नीचे एक स्थान दहिनी ओर छोड़कर लिखो सबका जोड़ गुणनफल जानो.

सूचना—यही रीति वर्तमान समयमें प्रचलित है.

उदाहरण—१३५ को १२ से गुणा करो!

न्यास—पहिले २ से गुणा किया, २ पंचे १०, शून्य लिखा १ हाथ आया फिर २ तिये ६, इसमें हाथवाला १ जोड़ा हुये ७ सो उसके बायें ओर लिखा, फिर २ एकन दो यह भी लिखा, अब १ से गुणा किया १ पंचे ५ सो ५ ऊपरके गुणन फलसे एक स्थान देहिनी ओर छोड़कर अर्थात् ० के नीचे न लिखकर ७ के नीचे लिखा फिर १ तिये ३ लिखा फिर एक एकन १ लिखा सबको जोड़ा गुणनफल हुआ १६२०.

१३५
१२
२७०
१३५
१६२०

रीति—(५) (इष्टांक गुणन).

इष्टो न युक्तेन गुणेन निघ्नोऽभीष्टघ्नगुण्यान्वितवर्जितो वा ॥

(लीलावती).

अर्थ—गुणकमें इष्ट अंक जोड़ो वा घटावो और इस नये बने अंक और गुण्यका गुणनफल निकालो और इष्टांक तथा गुण्यकाभी गुणनफल निकालो दोनोंका योग अथवा अंतर अभीष्ट गुणनफल होगा।

सूचना—यदि गुणकमें इष्ट अंक जोड़ा गया है तो गुणनफलोंका अंतर और यदि घटाया है तो गुणनफलोंका योग अभीष्ट गुणनफल होगा।

उदाहरण—१३५ को १२ से गुणा करो।

न्यास—१२ + ८ = २०

१३५ × २० = २७०० }
१३५ × ८ = १०८० } अंतर करनेसे आया १६२० यही उत्तर है.

अथवा १२ − २ = १०

१३५ × १२ = १३५ × १० = १३५० } जोड़नेसे आया १६२०
१३५ × २ = २७० } यही उत्तर हुआ.

अभ्यास.

नीचे लिखे प्रश्नोंको प्रत्येक रीतिसे सिद्ध करके उत्तर बतावो.

१. २३१ × १३. २. ४५६ × ४५. ३. २५८४ × ६८.
४. ७३६८ × २२५. ५. १०५६७१ × ३०६. ६. १२३४५ × ३०८७.

७. एक पुस्तकमें ७८७ पृष्ठ हैं और प्रत्येक पृष्ठमें २४० अक्षर हैं, बतावो पुस्तक भरमें कितने अक्षर हैं?

८. एक वड़े किसानके ७३५ बीघा ज्वार बोनेवाली और ११८६ बीघा धान बोनेवाली भूमि है, बतावो यदि धान प्रति बीघा ४६ कच्चे मन होता है तो सम्पूर्ण कितने मन धान होगा।

९. ३ × ४ × ५ × ६ × ७ × ८ × ९ का मान बतावो।

१०. एक व्यौपारीने ८७ थान छींट प्रति थान ३३ रु. के भावसे, ११२ थान कशमीरा प्रति थान ५८ रु. के भावसे, ८१ थान ऊनी कपड़ा प्रति थान १८८ रु. के भावसे और ७८ थान देशी नैनसुख ११ रु. प्रति थानके भावसे मोल लिया, वतावो सब कितने रुपियोंका कपड़ा मोल लिया?

११. एक पुजारी प्रति दिन २३७८ रामनाम और ३१३५ शिवजीका नाम जपता है, वतावो ३७ दिनमें सव कितने नाम जप सकेगा?

१२. एक राजाकी फुलवाड़ीमें १७१ आम ६७ शरीफे ३६ अमरूद ७५ सेव और ३१ नाशपातीके वृक्ष हैं। यदि प्रति दिन प्रत्येक आम वृक्षसे ३७१ प्रत्येक शरीफेसे ७ प्रत्येक अमरूदसे ४७ प्रत्येक सेवसे १८ और प्रत्येक नाशपातीसे १५ फल मिलें, तो एक महीनेमें सव कितने फल मिलेंगे?

१३. पाठशालाकी एक श्रेणीमें १९ लड़के पढ़ते हैं जिनमेंसे ८ तो सोलह २ वर्षके ६ चौदह २ वर्षके हैं शेष ग्यारह २ वर्षके हैं डिपटी साहबने परीक्षा लेकर बड़े लड़कोंमेंसे प्रत्येकको ८१ पैसे बीचवालोंमेंसे प्रत्येकको बड़े लड़कोंसे ११ पैसे कम और छोटे लड़कोंमेंसे प्रत्येकको बीचके प्रत्येक लड़केसे १८ पैसे कम पारितोषक दिया, बतावो सब कितने पैसे बांटे गये?

१४. एक राजाकी सेनामें ५५४५ घोड़े हैं और एक २ घोड़ेका एक २ साईस है प्रति घोड़ेके दाना इत्यादि में ८) प्रतिमास और साईसकी तनख़ाहमें ५) प्रतिमास ख़र्च पड़ता है, बतावो सालभर में घोड़ोंके दाने इत्यादि से साइसोंकी तनख़ाहमें कितना कम व्यय होता है?

१५. एक बड़े मकानमें १२५ दरवाज़े लगे हैं. प्रत्येक दरवाज़े में सोलह २ शीशे हैं प्रत्येक शीशे में १२ पैसे लगे हैं, बतावो सब कितने पैसोंके शीशे लगे हैं?

उत्तर.

१. ३००३. **२.** २०५२०. **३.** १७५७१२. **४.** १६६४५५०. **५.** ३२६५२३३९. **६.** ३८१०९०१५. **७.** १८८८८० अक्षर **८.** ५८२६१ मन **९.** १८१४४०. **१०.** २५४५३ रु. **११.** २०३९८१ **१२.** २०२६७४० फल. **१३.** १३२८ पैसे. **१४.** १९९६२० रु. **१५.** २४००० पैसे.

भाग.

परिभाषा—किसी एकही संख्याको अन्य संख्यामेंसे बार २ घटानेकी संक्षिप्त क्रियाको भाग कहते हैं।

सूचना—जिस संख्याको वार २ घटाते हैं अर्थात् जिससे भाग देते हैं उसको भाजक, जिसमेंसे घटाते हैं अर्थात् जिसको भाग देते हैं उसको भाज्य जितनी वार घटसक्ता है अर्थात् जो फल होता है उसको लब्धि या भजनफल और जो बाक़ी बचता है उसे शेष कहते हैं। भागका चिन्ह ÷ है

भाजक) भाज्य (लब्धि

शेष

रीति—(१)

भाज्याद्धरः शुद्ध्यति यद्गुणः स्यादंत्यात्फलं तत्खलु भागहारे ॥

(लीलावती)

अर्थ—भाज्यके वायें हाथके अंकसे भाजक जितनी बार घट सकै वही लब्धि है (लब्धि और भाजकके गुणन फलको वायें ओरसेही भाज्यमेंसे घटावो जो बचै उसके दाहिने ओर भाज्यका आगेवाला अंक लिखो और इस नये भाज्यकीभी लब्धि निकालकर उपरोक्त क्रिया करो और इसी प्रकार करते जाओ जबतक भाज्यमें कोई अंक शेष रहै तो अभीष्ट लब्धि मिलैगी)।

उदाहरण—१६२० को १२ से भाग दो। (लीलावती)

न्यास—भाज्यके वायें हाथवाले अंक १ मेंसे १२ घटाना है सो नहीं घट सक्ते १६ लिया सो १६ में १२ एक वार घट सक्ता है, लब्धि १ सो उसके स्थानपर रक्खा, १२ को १ से, गुणा करके और १६ के नीचे रखकर घटाया शेष रहे ४ इसपर भाज्यका अगला अंक २ वढ़ाया (उतारा) हुये ४२ इसमें १२ तीन वार घट सक्ता है सो ३ लब्धि स्थानपर एकके आगे रक्खा ३ से १२ को गुणा करके ३६ को ४२ मेंसे घटाया शेष रहा ६ इसपर भाज्यका शून्य वढ़ाया, हुये ६० इसमें १२ पांच वार घट सक्ता है सो ५ लब्धि स्थानपर ३ के आगे रक्खा और ५ से १२ को गुणा करके ६० को ६० के नीचे रखकर घटाया शेष रहा शून्य, लब्धि मिला १३५ यही उत्तर हुआ.

```
१२ ) १६२० ( १३५
     १२
     ——
      ४२
      ३६
      ——
       ६०
       ६०
       ——
        ०
```

रीति—(२)

समेन केनाप्यपवर्त्य हारभाज्यौ भवेद्वा सति संभवे तु ॥

(लीलावती)

अर्थ—जिस संख्यासे भाज्य और भाजक पूरे कट जांय (अर्थात् निःशेष हों वा कुछ बाकी न बचै) उससे भाज्य और भाजकको काट दो अर्थात् भाग देकर लब्धि ज्ञात करो, फिर भाज्यकी लब्धिको भाजककी लब्धिसे उपरोक्त क्रियासे भाग दो अभीष्ट लब्धि प्राप्त होगी।

उदाहरण—१६२० को १२ से भाग दो (लीलावती)

न्यास—१६२० ÷ १२

भाज्य और भाजक २ से कटते हैं यथा

१६२० को २ से काटा वा भाग दिया लब्धि मिले ८१०

```
२ ) १६२० ( ८१०
    १६
    --
     २
     २
     --
     ०
```

१२ को २ से काटा लब्धि मिले ६

```
२ ) १२ ( ६
    १२
    --
     ०
```

अब ८१० को ६ से भाग दिया तो लब्धि मिले १३५ यही उत्तर है

```
६ ) ८१० ( १३५ उत्तर हुआ
    ६
    --
    २१
    १८
    --
     ३०
     ३०
     --
      ०
```

अथवा रीति ३ खंड भाग—१६२० ÷ १२ = १६२० ÷ (३ × ४) =

```
३ ) १६२०
    ----
४ ) ५४०
    ----
    १३५
```

अर्थात् भाजक १२ के गुणखंड ३ और ४ हुये भाज्य १६२० को पहले ३ से भाग दिया ५४० लब्धि मिले इसको दूसरे खंड ४ से भाग दिया तो १३५ आये यही अभीष्ट उत्तर है.

सूचना—(१) भाज्यको लब्धिसे भाग देनेसे भाजक मालूम होता है, (२) भाजक और लब्धिके गुणनफलमें शेष जोड़नेसे भाज्य मालूम होता है.

अभ्यास.

निम्नलिखित प्रश्नोंको संभवतः दोनों रीतियोंसे सिद्ध करो।

१. १२५२०÷८ २. ४७५३२÷१८. ३. ११८५७३२÷४६.

४. ५७६२३०८५÷१२५. ५. ८७६५४३२१÷२३५.

६. एक पाठशालामें ८ श्रेणियां हैं और प्रत्येक श्रेणीमें बराबर २ लड़के पढ़ते हैं यदि स्कूलभरमें ४४८ विद्यार्थी हैं तो प्रत्येक श्रेणीके लड़कोंकी संख्या बतावो।

७. यदि प्रत्येक गाय एक दिनमें ७ सेर दूध देती है तो ३१५१४ सेर दूध कितनी गायें एक दिनमें दे सक्ती हैं?

८. एक पैसा बेचनेवाला ८७३१६ पैसे देकर कितने पूरे रुपये पा सक्ता है जब ६४ पैसा देने पर उसको १) मिलता है?

९. साधुवोंको देनेके लिये राजाने १२७५३२ रुद्राक्षके दाने मोल लिये और उनकी मालायें बनवाईं प्रत्येक मालामें सुमेरु सहित १०६ दाने लगते हैं बतावो उनसे कितनी मालायें बनेंगीं और कितने दाने बच रहेंगे?

१०. एक ज़मीनदारको एक सालमें ३७७४१ रु. भूमिकरसे १५२०५ रु. व्योपारसे और २१२२ रु. अन्यान्य कई प्रकारसे प्राप्त होते हैं, बतावो उसकी मासिक आय क्या है?

११. मदन बाबूने प्रत्येक घोड़ेको १५०) के भावसे बेंच कर खेतीके लिये बैल लेना चाहा बैलोंका भाव ८४) प्रति बैल है, बतावो २८ घोड़े बेंच कर कितने बैल मोल ले सकेंगे?

१२. विलायती चिकन ४०६६ आनेमें २५६ गज़ आती हैं और ढ़ाकेकी चिकन २३८ गज़ २८५६ आनेमें मिलती है बतावो विलायती चिकनके एक गज़का दाम ढ़ाकेकी चिकनके एक गज़के दामसे कितना अधिक है.

१३. काशीमें जाकर एक मनुष्यने २५७ फूलगेंदेके ३८६ गुलमेंहदीके १२१२ फूल श्यामराधिकाके और ८३१ फूल नीलकमलके लिये तथा प्रत्येक मूर्तिपर १०५ फूल चढ़ानेका प्रण किया बतावो कितनी मूर्तियोंपर चढ़ाये होंगे और कितने पुष्प बच रहे होंगे?

१४. एक राजकुमारीसे उसकी सखीने पूंछाकि आपके यहां कितने हंस पले हैं उसने मुसकराकर कहा कि यह तो मैं नहीं जानती पर हाँ यदि पंद्रह २ के हिसाबसे ३५ दरबोंमें बंदकर दूं और ६ हंसोंको मोती चुगनेमें लगाकर बंद हंसोके १०५ वें भागसे क्रीड़ा करने लगूं तो सब होजांय तुम आपही समझलो, बतावो यदि वह सखी तुमसे पूछने आवे तो कितने हंस बतावोगे?

१५. भागके एक प्रश्नमें शेष ८१ और लब्धि शेषसे दूना है यदि भाज्य १७८८८५६१ हो तो भाजक क्या होगा?

उत्तर.

१. १५६५. २. २६४० शेष १२. ३. २५७७६ शेष ३६. ४. ४६०८८४ शेष ८५. ५. ३७२६६७ शेष २६. ६. ५६ लड़के. ७. ४५०२ गाय. ८. १३६४ रु. शेष २३ पैसे. ९. ११७० माला २ दाना शेष. १०. ४५८६ रु. ११. ५० बैल. १२. चार आणे. १३. २५ मूर्तियां शेष ६१ फूल. १४. ५३६ हंस. १५. ११०४(११०४०.

वर्ग.

परिभाषा—किसी अंकको उसीसे गुणा करनेसे जो गुणनफल होता है वह उस अंकका वर्ग कहलाता है। प्राचीनकालमें इसका चिन्ह (व) था और वर्तमान समयमें २ अंकके ऊपर बना देते हैं यथा ४व, $४^{२}$ से ४ का वर्ग समझा जाता है.

रीति—(१)

(सम द्विघातः कृतिरुच्यतेऽथ) स्थाप्योऽन्त्यवर्गो द्विगुणांत्यनिघ्ना। स्वस्वोपरिष्टाच्च तथाऽपरेऽङ्कास्त्यक्त्वांत्यमुत्सार्य पुनश्च राशिम् १

(लीलावती)

अर्थ—बायें हाथके अंकका वर्ग पहिले लिखो फिर शेष पासवाले अंकके दूनेसे उस अंक को (जिसका अभी वर्ग लिख चुके हो) गुणा करके एक संख्या दाहिनी ओर आगे बढ़ाकर लिखो फिर इस अंतिम अंकका वर्ग भी एक संख्या बढ़ाकर लिखो। इन सबको जोड़ो योग उत्तर होगा.

सूचना—यदि संख्या जिसका वर्ग करना है दोसे अधिक अंकोंकी है तो पहिले बायें हाथके दो अंकोंसे बनीहुई संख्याका वर्ग करो और उसको एकही अंक मानकर शेष अंकोंके लिये पूर्वोक्त क्रियाका उपयोग करो।

उदाहरण—१. = ९ का वर्ग करो।

न्यास $९^{२}$ = ८१ उत्तर.

उदाहरण—२. = १४ का वर्ग करो।

न्यास—$१४^२$ =

प्रथम १ का वर्ग किया हुआ १ शेष अंक ४ है सो ४ के दूने ८ से १ को गुणा किया हुये ८ सो ८ एक स्थान दाहिनी ओर बढ़ाकर नीचे लिखा, अब अंत्यांक ४ का वर्ग १६ एक स्थान बढ़ाकर लिखा सबको जोड़नेसे आये १९६ यही १४ का वर्ग है.

```
 १
  ८
  १६
----
 १९६
```

उदाहरण ३.—२९७ का वर्ग बतावो।

न्यास—$२९७^२$ =

२९७ में दो से अधिक अंक हैं अतएव

२९ की एक संख्या मानी और उसका वर्ग पूर्वोक्त रीतिसे करके जो इस प्रकार हुआ $२९^२$ = $२^२$ = ४

२×२×९ = ३६

$९^२$ = ८१

८४१ रक्खा ८४१

और शेष अंक ७ के दूने १४ से २९ को गुणा करके जो आये ४०६ एक स्थान दाहिनी ओर बढ़ा कर रक्खे और अंतमें ७ का वर्ग ४९ भी एक स्थान बढ़ाकर लिखा सबको जोड़नेसे हुये ८८२०९ यही उत्तर हुआ.

```
८४१
 ४०६
  ४९
-----
८८२०९
```

उदाहरण ४.—५१२ का वर्ग बतावो.

न्यास—पहिले ५१ का वर्ग किया यथा

$५१^२$ = $५^२$ = २५

२×५×१ = १०

$१^२$ = १

२६०१

∴ $५१२^२$ = $५१^२$ = २६०१

२×५१×२ = २०४

$२^२$ = ४

२६२१४४

उत्तर.

उदाहरण ५.—३५२ का वर्ग बतावो.

न्यास—पहले ३५ का वर्ग किया $३५^{२}$ = $३^{२}$ = ९

२ × ३ × ५ = ३०

$५^{२}$ = २५

१२२५

$३५२^{२}$ = $३५^{२}$ = १२२५

२ × ३५ × २ = १४०

$२^{२}$ = ४

१२३९०४ उत्तर.

उदाहरण ६.—१०००५ का वर्ग करो.

न्यास—पहले १० का वर्ग किया $१०^{२}$ = १००

फिर $१००^{२}$ = $१०^{२}$ = १००

२ × १० × ० = ०

$०^{२}$ = ०

१००००

फिर $१०००^{२}$ = $१००^{२}$ = १००००

२ × १०० × ० = ०

$०^{२}$ = ०

१००००००

तब $१०००५^{२}$ = $१०००^{२}$ = १००००००

२ × १००० × ५ = १००००

$५^{२}$ = २५

१००१०००२५ उत्तर.

रीति—(२)

खण्डद्वयस्याभिहतिर्द्विनिघ्नी तत्खण्डवर्गैक्ययुता कृतिर्वा ॥

(लीलावती)

अर्थ—जिस अंकका वर्ग करना हो उसके दो योग *खंड करके दोनोंके वर्गोंमें उन्हीं खंडोंके परस्पर गुणनफलके दूनेको जोडो उत्तर होगा।

* ऐसे खंड जिनका योग उस संख्याके बराबर होता है जिसके वे खंड हैं योगखंड कहाते हैं यथा १२ के ८,४ और जिन खंडोंका गुणन उस संख्याके बरबार होता है वे गुण खंड कहाते हैं यथा १२ के ३,४.

उदाहरण १.—१४ का वर्ग करो।

न्यास—१४ के दो खंड ६ और ५ किये.

$$६^२ = ८१$$
$$५^२ = २५$$
$$६ \times ५ \times २ = ६०$$

१९६ यही उत्तर हुआ

नोट—इसी प्रकार दोसे अधिकभी खंडकरके प्रत्येक खंडके वर्गके योगमें प्रत्येक दो खंडोंके दूने गुणनफलोंको जोड़नेसेभी अभीष्ट वर्ग प्राप्त हो सक्ता है। यथा १४ के ३,४,२,५ योग खंड किये,

$$\therefore १४^२ = (३^२)+(४^२)+(२^२)+(५^२)+(३\times४\times२)$$
$$+(३\times२\times२)+(३\times५\times२)+(४\times२\times२)$$
$$+(४\times५\times२)+(२\times५\times२)$$
$$= ९+१६+४+२५+२४+१२+३०+१६+४०+२०$$
$$= १९६$$ यही उत्तर हुआ.

उदाहरण २.—१०००५ का वर्ग बताओ,

न्यास—१०००५ के दो खराड १०००० और ५ लिये

$$१००००^२ = १०००००००$$
$$५^२ = २५$$
$$१०००० \times ५ \times २ = १०००००$$

१००१०००२५ यही उत्तर हुआ

रीति—(३)

इष्टोनयुग्राशिवधः कृतिः स्यादिष्टस्य वर्गेण समन्वितो वा ॥

(लीलावती)

अर्थ—जिस संख्याका वर्ग करना हो उसमें किसी एक इष्ट अंकको जोड़ो और घटावो इस प्रकार जो दो संख्यायें प्राप्त हों उनका परस्पर गुणन करके गुणनफलमें इष्ट अंकका वर्ग जोड़ो योगफल अभीष्ट वर्ग होगा.

उदाहरण १.—१४ का वर्ग करो।

न्यास—इष्ट अंक ४ कल्पित किया, १४ में ४ जोड़े हुये १८ और १४ में से ४ घटाये रहे १०

अब १८ और १० का गुणनफल = १८ × १० = १८०

इष्ट अंक ४ का वर्ग = ४² = १६

१९६

यही उत्तर हुआ.

उदाहरण २.—२९७ का वर्ग करो।

न्यास—इष्टांक ३ कल्पित किया

अत एव २९७² = (२९७ + ३) (२९७ − ३) + ३²

= ३०० × २९४ + ९

= ८८२०० + ९

= ८८२०९ यही उत्तर हुआ.

रीति—(४)

जिस संख्याका वर्ग अभीष्ट हो उसके दो या अधिक योगखंड करो फिर प्रत्येक खंडसे उस संख्याको गुणा करो और गुणनफलोंको जोड़ो योगफल उत्तर होगा.

उदाहरण १.—२५ का वर्ग करो।

न्यास—२५ के दो योगखंड २० और ५ किये

२५² = (२५ × २०) + (२५ × ५)

= ५०० + १२५

= ६२५ उत्तर हुआ.

उदाहरण २.—२५ का वर्ग बतावो।

न्यास—योगखंड ८,७,१०

२५² = (२५ × ८) + (२५ × ७) + (२५ × १०)

= २०० + १७५ + २५०

= ६२५ यही उत्तर हुआ.

अभ्यास.

निम्नलिखित प्रश्नोंको सिद्ध करो।

१. $११२^२$. २. $३८६^२$. ३. $३००६^२$. ४. $५०५०५०^२$.
५. $(३१^२-२४^२)$. ६. $(१०७^२+३६६^२)$. ७. $(३८५-२१६)^२$.

८. वह कौनसी संख्या है जो ३७ के वर्गसे ५ अधिक है?

९. वह कौनसी संख्या है जिसमें ८ का वर्ग मिलाते हैं तो १०६ का पूर्ण वर्ग हो जाता है?

१०. एक वर्गाकार वागकी प्रत्येक पंक्तिमें १६२ वृक्ष हैं वतावो सम्पूर्ण वृक्ष उस वागमें कितने हैं.

११. एक गांवके धनिकों ने हिंदू विश्वविद्यालयके लिये चंदा दिया प्रत्येक धनिकने इतने रुपिये दिये जितने उसमें धनिक थे वतावो यदि धनिकोंकी संख्या ६६ है तो कुल कितने रुपिये चंदेके इकट्ठे हुये.

१२. राधाकांत, रतिवल्लभ, विभासचंद्र और ललितकिशोर ये चारोंने मिलकर अपनी माता कमलादेवीसे खर्चके लिये पैसे मांगे माताने १६ पैसा देकर कहा सव परस्पर वांटलो इसपर सबोंने कहा ये तो राधाकांतको दो और राधाकांतके पैसोंकी संख्याके वर्गका आधा रतिवल्लभ और विभासचंद्रमें वरावर बांटो तथा रतिवल्लभके पैसोंके वर्गमेंसे ३८६६ घटाकर जितने बचें उतने पैसे ललितकिशोरको दो उनकी माताने वैसाही किया वतावो प्रत्येकको कितने २ पैसे मिले.

१३. $१०६^२-१०७^२$ को $५^२-७$ से भागदेनेपर लब्धि क्या होगी?

१४. दो बांस लम्वे और उतनेही चौड़े एक मैदानमें एक हाथवर्ग पत्थरके चौके जमाना है वतावो कितने चौकोंकी आवश्यकता होगी?

१५. एक कमल वनमें भौंरोंके दो झुंड मकरंद पानकर रहे थे एक झुंडके अधिनायकने जिसमें १०००७ भौंरे थे दूसरे झुंडवालेसे पूछा कि तुम्हारे भ्रमरसमुदायकी संख्या क्या है? उसने उत्तर दिया कि तुम्हारी संख्याके कोईसे दो भाग किये जांय और उन भागोंके वर्गमें यदि उन्ही भागोंके दूनेगुणन फलका योग किया जाय तो हमारा समूह विदित हो जाय वतावो उस झुंडमें कितने भौंरे थे?

उत्तर.

१. १२५४४. २. १५१३२१. ३. ६०५४०८१.
४. २५५०७५५०२५००. ५. ३८५. ६. १४७६१०. ७. २७५५६.
८. १३७४. ९. ११८१७. १०. २६२४४. ११. ६८०१. १२. राधाकांत १६ पैसे, रतिवल्लभ ६४ पैसे, विभासचंद्र ६४ पैसे और ललितकिशोर २०० पैसे.
१३. २४. १४. ४००. १५. १००१४००४६.

वर्गमूल.

परिभाषा—कोई संख्या अपने वर्गकी वर्गमूल कहलाती है, जैसे ४ का वर्गमूल २, ६ का ३ है, चिन्ह इसका $\sqrt{}$ है जैसे $\sqrt{}$६ से ६ का वर्गमूल निकालना अभीष्ट समझा जाता है।

रीति—वर्ग संख्यापर दहिने हाथसे पहिले सम, विषमका चिन्ह लगावो समका चिन्ह–और विषमका । मानो । सबसे पहिले (अर्थात् दहने हाथवाले) अंकपर विषमचिन्ह लगावो।

फिर–**त्यक्त्वान्त्याद्विषमात् कृतिं द्विगुणयेन्मूलं समे तद्धृते।**
त्यक्त्वा लब्धिकृतिं तदाद्यविषमाल्लब्धं द्विनिघ्नं न्यसेत् ॥
पंक्त्यां पंक्तिहृते समेऽन्त्यविषमात्त्यक्त्वाप्रवर्गं फलम्।
पंक्त्यां तद्द्विगुणं न्यसेदिति मुहुः पंक्तेर्दलं स्यात्पदम् ॥

(लीलावती)

अर्थ—बायें हाथके विषममेंसे जिस अंकका वर्ग घटै घटावो, और जिसका वर्ग घटाया है उस अंकका दूना करके एक स्थानपर रक्खो इसको पंक्ति कहते हैं। घटानेसे जो शेष रहा उसपर आगेका सम अंक उतारो और इसमें पंक्तिका भाग दो शेषपर आगेका विषम अंक उतारकर लब्धिके वर्गको घटावो. इस लब्धिको दूना करके पहिले पंक्तिके नीचे दाहिनी ओर एक स्थान बढ़ाकर रक्खो और जोड़ो शेषपर आगेका सम अंक उतारकर इस नयी पंक्तिसे (जो जोड़नेसे आयी है) भाग दो और शेषपर आगेके विषम अंकको उतारकर उसमेंसे लब्धिका वर्ग घटावो और लब्धिको दूनाकर के पंक्तिके नीचे एक स्थान दाहिनी ओर बढ़ाकर लिखो और जोड़ो इसी प्रकार अंत तक करते जावो और अंतिम पंक्तिका आधा करो। इष्ट वर्गमूल प्राप्त होगा.

उदाहरण— ६२५ का वर्गमूल निकालो। पंक्ति ४

। — । १०

न्यास— √ ६२५ = ६२५

पहिले सम व विषमके चिन्ह लगाये २² = ४ ५०

फिर अंत्य वायें हाथवाले विषम ६ ४)२२(५ ५०÷२=२५

मेंसे २ का वर्ग घटाया शेष रहे २ २०

और २ जिसका वर्ग घटाया था ५² = २५

उसका दूना करके ४ एक स्थानपर २५

रक्खा फिर शेष २ पर सम अंक ० ∴ २५ वर्गमूल

२ उतारा हुये २२ इसमें पंक्ति ४ का भाग दिया लब्धि मिले ५ और शेष रहे २ इस पर आगेका विषमांक ५ उतारा हुये २५ इसमेंसे लब्धि ५ का वर्ग घटाया शेष रहा ० अब ५ को दूना करके १० पंक्तिमें ४ के नीचे दाहिनी ओर एक स्थान बढ़ाकर लिखा और जोड़ा हुये ५० इनका आधा करनेसे २५ हुआ यही २५ वर्गमूल है? (लीलावती)

उदाहरण २.—८८०२६ का वर्ग मूल निकालो।

न्यास— √ ८८२०६

पहिले ६ से आदि लेकर सम्पूर्ण अंकोंपर समविषमका चिन्ह लगाया फिर

। — । — ।

अंत्यविषम ८ मेंसे २ का वर्ग घटाया ८८२०६ पंक्ति ४

शेष रहे ४ और २ मूल राशिको २² = ४ १८

दूना करके ४ को पंक्ति नामसे एक ४)४८(६ ५८

स्थानपर स्थापित किया शेष ४ पर ३६ १४

पासका अगला सम अंक ८ उतारा १२२ ५६४

हुये ४८ इसमें पंक्ति ४ का भाग ६² = ८१

दिया लब्धि ६ लिये शेष रहे १२ ५८)४१०(७

इसपर अगला विषम अंक २ ४०६ ५६४÷२=२६७

उतारा हुये १२२ इसमेंसे ६ का वर्ग ४६ वर्गमूल

घटाया शेष रहे ४१ फिर ६ को दूना ७² = ४६

करके पंक्ति ४ के नीचे एक स्थान ०

दाहिनी ओर बढ़ाकर लिखा और जोड़ा हुये ५८ अब शेष ४१ पर अगला

सम अंक शून्य उतारा हुये ४१० इसमें ५८ का भाग दिया लब्धि मिले ७ और शेष रहे ४ इसपर अगला विषम ६ उतारा हुये ४६ इसमेंसे ७ का वर्ग घटाया शेष रहा ० अब ७ को द्विगुण करके १४ को ५८ के नीचे एक स्थान बढ़ाकर रक्खा और जोड़ा हुये ५९४ इसका आधा किया हुये २९७ यही उत्तर हुआ।

रीति—(२) जो आधुनिक कालमें प्रचलित है.

जिस संख्याका वर्गमूल निकालना हो पहिले इकाईके अंकसे आदि लेकर प्रत्येक तीसरे अंकपर अर्थात् एक अंक बीचमें छोड़कर बिंदु लगावो इस प्रकार सम्पूर्ण अंकोंको दो २ अंकोंके अंशोंमें बांटो फिर बायें ओर के अंशमेंसे जितनेका वर्ग घटै घटावो और शेष पर अगला अंश उतारके उसको भाज्य समझो और जिसका वर्ग घटाया है उसको दूना करके भाजक मानो इस भाजकसे भाज्य के दहिने किनारेके अंकको छोड़कर शेषमें भाग दो लब्धिको पहिली लब्धिके आगे लिखो और वही लब्धि भाजकके आगे बढ़ावो अब इस भाजकको अभीकी लब्धिसे गुणा करके गुणनफलको भाज्यमेंसे घटावो फिर अगले अंशको शेषपर उतारकर उपरोक्त क्रिया अंत तक करते जावो लब्धि वर्गमूल होगा.

उदाहरण—५७६ का वर्गमूल निकालो।

न्यास—पहिले बिंदु लगाकर संख्याको दो अंशोंमें बांटा फिर प्रथम अंश ५ में देखा तो २ का वर्ग घट सक्ता है $\therefore$ $२^२ = ४$ घटाया शेष रहा १ इसपर ७६ जो दूसरा अंश है उतारनेसे १७६ हुये यह भाज्य है. २ का वर्ग घटायाथा अत एव २ का दूना करके

```
 २ ) ५̇७६̇ ( २४
     ४
    ----
४४ ) १७६
     १७६
    ----
       ०
```

४ को नया भाजक माना इससे १७६ में ६ छोड़कर शेष १७ में भाग लगाया तो ४ लब्धि हुये ये पहिलेकी लब्धि २ के ऊपर लिखे अर्थात् २४ किये और ४ को भाजक ४ पर बढ़ाकर ४४ किये इस ४४ को अभीकी लब्धि ४ से गुणाकरके १७६ में घटाया शेष कुछ नहीं रहा.

$\therefore$ उत्तर २४ हुआ.

उदाहरण २.—५६२५ का वर्गमूल बतावो।

```
         ७) ५६२५ ( ७५
            ४९
            ---
७ × २ = १४५ ) ७२५
              ७२५
              ---
               ०
```

न्यास—बिंदु लगानेसे संख्या दो अंशोंमें बटी. प्रथम अंश ५६ में ७ का वर्ग घटा शेष रहे ७ इसपर उतारे २५ हुये ७२५, अब ७ का दूना १४ को भाजक और ७२५ को भाज्य माना भाज्यके ५ को छोड़ ७२ में १४ का भाग लगाया लब्धि मिले ५ सो ५ सात लब्धिके आगे लिखकर ७५ किये और भाजक १४ पर ५ बढ़ाकर १४५ किये सो १४५ को ५ से गुणा करके ७२५ मेंसे घटाया शेष कुछ नहीं रहा ७५ वर्गमूल हुआ।

उदाहरण ३.—६४६४१६ का वर्गमूल बतावो।

```
            ८) ६४६४१६ ( ८०४
               ६४
               ----
८०× २ = १६०४ ) ६४१६
               ६४१६
               ----
                 ×
```

पहले प्रत्येक तीसरे अंकपर बिंदु लगाये. अंत्य अंश ६४ में ८ का वर्ग घटता है सो घटाया शेष कुछ नहीं रहा. अगला अंश ६४ उतारा यही भाज्य है. लब्धि ८ का दूना १६ भाजक माना ६४ का एक अंक ४ छोड़कर ६ में भाग दिया लब्धि ० को ८ पर लिखा शेष ६४ पर अगला अंश १६ उतारा. हुये ६४१६. यह नया भाज्य है. लब्धि ८० का दूना १६० नया भाजक हुआ. भाज्यका एक अंक ६ छोड़कर ६४१ में १६० का भाग देनेसे ४ बार जायगा लब्धि ४ को ८० पर लिखा हुये ८०४. भाज्य १६० पर ४ लिखा तो १६०४ हुये लब्धि ४ से गुणन करनेसे ६४१६ हुआ इसे भाज्यमेंसे घटाया शेष ० रहा. अतः लब्धि ८०४ उत्तर हुआ.

अभ्यास.

निम्नलिखित संख्यावोंका वर्गमूल निकालो।

१. ७२९ २. ४०९६ ३. ८२१६ ४. ५७००२५ ५. १०१८०८१ ६. ४९९९४७९८४९ ७. ३६०११७६०९६०४ ८. (७ × २ × ३ × ८ × २७ × १७५) का वर्ग मूल क्या होगा?

९. $१८^२ + १२^२ + २ (१८ \times १२)$ का वर्ग मूल निकालकर उसमेंसे ५ के वर्गको घटावो

१०. $\sqrt{(४५ + ५)(४५ - ५) + ५^२}$ का मान बतावो।

११. छोटीसे छोटी वह कौनसी संख्या है कि जिसका वर्ग ४१२१ मेंसे घटावें तो शेषभी पूर्ण वर्ग हो? यहभी बतावो कि शेष किसका वर्ग है?।

१२. राजा भोजके एक सेनापतिकी अध्यक्षतामें ६६८००१ सैनिक थे बताओ यदि वह उनको एक ठोस वर्गकी आकृतिमें खड़ा करता तो अगली श्रेणीमें कितने सैनिक होते? और यहभी बतावो कि उस सेनामें कमसे कम कितने मनुष्य बढ़ादिये जायें कि उपरोक्त रीतिसे खड़ा करनेमें प्रत्येक श्रेणीमें पहिलेसे १ मनुष्य अधिक हो?

१३. एक खेलके खिलाड़ियोंने जीतनेके उत्साहमें एक अनाथालयको सहायता दी प्रत्येकने इतने पैसे चंदेमें दिये जितने उसमें खिलाड़ी थे इस प्रकार सम्पूर्ण ७२२५ पैसे एकत्र होगये. बतावो उसमें कितने खिलाड़ी थे?

१४. एक संख्याके दो भाग किये गये और उस संख्या तथा प्रत्येक खंडके गुणन फलको जोड़ागया तो योग १५२७६६६ हुआ बतावो यह कौन संख्या है?

१५. एक गणितके विद्यार्थीने एक पंडितजीसे पूछा कि वाल्मीकीय रामायणमें कितने श्लोक हैं पंडितजीने कहा कि इतने श्लोक हैं कि यदि उनकी संख्यामें १०० जोड़े जांय और १०० ही घटाये जाँय और यदि इस प्रकारसे प्राप्त संख्यायोंके गुणन फलमें १०००४ जोड़े जाँय तो योगफल ५७६००००४ हो आपही समझो। तुमभी बतावो श्लोक संख्या क्या है?

उत्तर.

१. २७ २. ६४ ३. ८६ ४. ७५५ ५. १००८ ६. ७०७०७ ७. ६०००६८ ८. १२६० ९. ५ १०. ४५ ११. ५ और ६४ १२. ८६६, १८६६ १३. ८५ १४. १२३६ १५. २४०००

घन.

परिभाषा—किसी अंकके वर्गको उसी अंकसे गुणन करनेसे जो फल होता है उसे उस अंकका घन कहते हैं (समान तीन अंकोंके परस्पर गुणनको

उस अंकका घन कहते हैं)। यथा २ का घन = $२^२ × २$ = ८ अथवा २ × २ × २ = ८ चिन्ह इसका "३" है जो अंकके ऊपर दाईं ओर बनाया जाता है यथा $२^३$ से २ का घन समझा जाता है।

रीति—

(समत्रिघातश्च घनः प्रदिष्टः) स्थाप्यो घनोऽन्त्यस्य ततोऽन्त्यवर्गः ॥
आदित्रिनिघ्नस्तत आदिवर्गस्त्र्यंत्याहतोऽथादिघनश्च सर्वे ॥ १ ॥
स्थानांतरत्वेन युता घनः स्यात्प्रकल्प्य तत्खंडयुगं ततोऽन्त्यम् ॥
एवं मुहुर्वर्गघनप्रसिद्धावाद्यंकतो वा विधिरेष कार्यः ॥ २ ॥

(लीलावती)

अर्थ—(समान तीन अंकोंका परस्पर गुणन घन होता है) पहिले बायें हाथके अंकका घन लिखो फिर उसी अंकके वर्गके तिगुनेको अगले दायें हाथवाले अंकसे गुणाकरके एक संख्या बढ़ाकर लिखो. फिर दहिने हाथवाले अंकके वर्गके तिगुनेको बायें हाथवाले अंकसे गुणनकरके एक संख्या बढ़ाकर लिखो. फिर दहिने हाथके अंकका घन एक संख्या बढ़ाकर लिखो. इन सबका योग घन होगा।

उदाहरण—२७ का घन बतावो।

न्यास—२७ में बायां अंक २ है इसका घन ८ लिखा; फिर २ का वर्ग ४ इसका तिगुना १२ सो दायें हाथके अंक ७ से गुणा किया, हुये ८४, सो एक स्थान बढ़ाकर लिखा; फिर दाहिने अंक ७ का वर्ग किया हुये ४९ तिगुना करनेसे हुये १४७ इसको अंत्यांक २ से गुणा किया हुये २९४ सो भी उपरोक्त रीतिसे एक स्थान बढ़ाकर लिखे, फिर ७ का घन ३४३ सो उसी रीतिसे लिखा. सबको जोड़नेसे हुये १९६८३ यही इष्ट घन है।

$$
\begin{array}{lr}
२ \times २ \times २ = & ८ \\
२^२ \times ३ \times ७ = & ८४ \\
७^२ \times ३ \times २ = & २९४ \\
७ \times ७ \times ७ = & ३४३ \\
\hline
 & १९६८३
\end{array}
$$

उदाहरण २.—१८ का घन क्या होगा?।

$$
\begin{array}{lr}
१^३ = & १ \\
१^२ \times ३ \times ८ = & २४ \\
८^२ \times ३ \times १ = & १९२ \\
८^३ = & ५१२ \\
\hline
 & ५८३२
\end{array}
$$

ध्यान रहे कि यह तीनों संख्यायें एक २ संख्या बढ़ाकर लिखी गई हैं.

∴ ५८३२ उत्तर हुआ।

सूचना—उपरोक्त रीति केवल दो अंकोंकी राशिके घन करनेकी है दोसे अधिक अंकोंवाली राशिके घन करनेमें पहिले बायें हाथके दो अंकोंका घन करो और वर्गप्रकरणमें लिखीहुई रीति के समान घनमें भी करो।

उदाहरण १.—१२५ का घन बतावो।

न्यास—इसमें दोसे अधिक अंक हैं अतएव पहिले बायें ओरके दो अंक १२ का घन किया $\therefore$

$$१२^{३} = १७२८ \text{ यथा}$$

$$१^{३} = १$$

$$१^{२} \times ३ \times २ = ६$$

$$२^{२} \times ३ \times १ = १२$$

$$२^{३} = ८$$

$$\overline{१७२८}$$

$$१२५^{३} = \quad १२^{३} = १७२८$$

$$१२^{२} \times ३ \times ५ = २१६०$$

$$५^{२} \times ३ \times १२ = ९००$$

$$५^{३} = १२५$$

$$\overline{१९५३१२५}$$

उदाहरण २.—२९७२ का घन करो.

न्यास—इसमें २९७ का एक अंक माना.

क्रियाके लिये पहिले २९७ का घन किया $\quad २९७^{३} = \quad २९^{३} = २४३८९$

$$२९^{२} \times ३ \times ७ = १७६६१$$

$$७^{२} \times ३ \times २९ = ४२६३$$

$$७^{३} = ३४३$$

$$\overline{२६१९८०७३}$$

और

$$(२९७)^{२} = (२९७ + ९७)(२९७ - ९७) + ९७^{२}$$

$$= ३९४ \times २०० \times ९४०९$$

$$= ७८८०० + ९४०९$$

$$= ८८२०९$$

$$\therefore \quad २९७^{३} = २६१९८०७३$$

$$२९७^{२} \times ३ \times २ = ५२९२५४$$

$$२^{२} \times ३ \times २९७ = ३५६४$$

$$२^{३} = ८$$

यही उत्तर हुआ. $\quad \overline{२६२५१०३४०४८}$

रीति—(२)

खंडाभ्यां वा हतो राशिस्त्रिघ्नः खंडघनैक्ययुक् ।
वर्गमूलघनः स्वघ्नो वर्गराशेर्घनो भवेत् ॥ १ ॥

(लीलावती)

अर्थ—राशिके दो खंड करो फिर उन खंडोंका घन, और खंडोंके योग तथा उन खंडोंके पारस्परिक तिगुने गुणनफलके गुणनफलको जोड़ो उत्तर घन होगा ।

उदाहरण **१**.—९ का घन बतावो.

न्यास—९ के दो खंड ४ और ५ किये.

$$\therefore \quad ९^{3} = (५ + ४)^{3}$$
$$= ५^{3} + ४^{3} + ३ \times ५ \times ४\ (५ + ४).$$
$$= ५^{3} + ४^{3} + ३ \times ५ \times ४ \times ९.$$
$$= १२५ + ६४ + ५४०$$
$$= ७२९ \quad \text{उत्तर हुआ.}$$

उदाहरण **२**.—३५ का घन बतावो ।

न्यास—३५ के दो खंड ३० और ५ किये.

$$\therefore \quad (३५)^{3} = (३० + ५)^{3}$$
$$= ३०^{3} + ५^{3} + ३ \times ३० \times ५\ (३० + ५)$$
$$= ३०^{3} + ५^{3} + ३ \times ३० \times ५ \times ३५$$
$$= २७००० + १२५ + ९० \times १७५$$
$$= २७००० + १२५ + १५७५०$$
$$= ४२८७५$$

यही उत्तर हुआ.

अभ्यास.

निम्न राशियोंका घन निकालो.

१. ११. **२**. २९. **३**. ४४. **४**. ६५. **५**. ११७. **६**. ३७८. **७**. ३७८५ **८**. ५०१०७. **९**. १००८०. **१०**. ६९९९.

११. $\sqrt{३४५६७८^{3} \div ३४५६७८}$ में कमसे कम क्या जोड़ें कि योगफल पूरा वर्ग हो जावे ?

१२. बतावो २ के ३ वारके घनका घन ४ के ३ वारके वर्गसे कितना बड़ा है ?

१३. वह कौनसी संख्या है जिसके वर्गमें ५, ६ के घनांतरको जोड़ें और योगमेंसे $४^{३}$ घटावें तो शेष $३^{२}$ के दूनेसे ११ कम हो ?

१४. एक व्यापारीने ३४७५ निष्कसे रुईकी खेती की और कपड़ा बुननेका कारखाना खोला ४० वर्ष उपरांत उससे एक मित्रने पूंछा अब तुमारे पास कितना धन है व्यापारीने उत्तर दिया कि यदि उसमें ३२७ के घन और वर्गका अंतर जोड़ दिया जाय तो मेरी लागतका घन हो जाय बतावो उसके पास कितना धन है ?

१५. बतावो यदि ४५ के कोई दो भाग किये जांय और उन भागोंके घनमें उन्हीं भागोंके परस्परके तिगुने गुणनफलसे ४५ से गुणा किये हुये गुणनफलको जोड़ दिया जावे तो योगफल क्या होगा ?

उत्तर.

१. १३३१. २. २४३८९. ३. ८५१८४. ४. २७४६२५.
५. १६०१६१३. ६. ५४०१०१५२. ७. ५४२२४७६१६२५.
८. १२५८०४२१८५७५०४३. ९. १०२४१९२५१२०००.
१०. ३४२८५३०२०९९९. ११. ६६. १२. १३४१५२१९२.
१३. ४. १४. ४१९२७९३८०२१ निष्क. १५. ९११२५.

घनमूल.

परिभाषा—कोई संख्या अपनेहीसे दो वार गुणन की जाय तो वह संख्या उस गुणनफलकी घनमूल है अथवा कोई संख्या अपने घनकी घनमूल कहाती है । चिन्ह उसका $\sqrt[3]{}$ है । संख्याके पहिले यथा $\sqrt[3]{८}$ से समझा जाता है कि ८ का घनमूल अभीष्ट है ।

रीति—

आद्यं घनस्थानमथाघने द्वे पुनस्तथान्त्याद्घनतो विशोध्य ॥
घनं पृथक्स्थं पदमस्य कृत्या त्रिघ्न्या तदाद्यं विभजेत्फलं तु ॥१॥

पंक्त्यां न्यसेत्तत्कृतिमंत्यनिघ्नीं त्रिघ्नीं त्यजेत्तत्प्रथमात्फलस्य ॥
घनं तदाद्याद्धनमूलमेवं पंक्तिर्भवेदेवमतः पुनश्च ॥ २ ॥
(लीलावती).

अर्थ—राशिके दाहिने अंकपर (।) चिन्ह बनावो यह घन कहाता है फिर अगले पासवाले दो अंकोंपर पृथक् २ (—) चिन्ह बनावो यह अघन स्थान हैं इसी प्रकार राशिके सम्पूर्ण अंकोंपर चिन्ह लगावो, फिर वायें हाथके अंत्य घनमें जिसका घन घट सके घटावो यह लब्धि अथवा मूलका प्रथम अंक समझो अवशेषपर अगला अंक उतारो और प्रथम लब्धिके तिगुने वर्गसे भाजकमें भाग लगावो जो लब्धि मिलै वह प्रथम लब्धिके आगे लिखो इधर जो शेष रहे उसपर आगेका अंक उतारो फिर इस लब्धिके वर्गके तिगुनेको प्रथम लब्धिसे गुणा करके घटावो, शेषपर अगला अंक उतारो इस भाज्यमें वर्तमान लब्धिके घनको घटावो, अब यहांसे तीसरे घन स्थानमें प्रवेश करके उपरोक्त क्रिया करते जावो जब तक सब अंक निःशेष हो जांय।

उदाहरण—१९६८३ का घनमूल बतावो।

न्यास—पहिले ३ से आदि लेकर घन-अघन चिन्ह लगाये, फिर १९ में २ का घन ८ घटाया लब्धि २ आया और शेष ११ रहा, ११ पर अगला अंक ६ उतारा, हुये ११६, सो ११६ में $२^२ \times ३$ = १२ का भाग लगाया यद्यपि प्रत्यक्षमें तो ९ वार जाता हुआ देख पड़ता है परंतु फिर शेषमेंसे ९ का घन न घटैगा और न ८ हीका अतएव ७ वार ले गये तो ११६ मेंसे १२ × ७ = ८४ घटाये ३२ शेष रहे इस पर ८ उतारे और ७ प्रथम लब्धि २ पर लिखकर २७ किया फिर सातके वर्गके तिगुनेको प्रथम लब्धि २ से गुणा करके

	२७
	– । — ।
	१९६८३
$२^३$ =	८
$२^२ \times ३ = १२$	११६
१२ × ७ =	८४
	३२८
$७^२ \times ३ \times २$ =	२९४
	३४३
$७^३$ =	३४३
	×

$७^२ \times ३ \times २$ = २९४ को ३२८ मेंसे घटाया शेष ३४ रहे इस पर ३ को उतारा हुये ३४३ इसमेंसे $७^३$ = ३४३ घटाया शेष कुछ नहीं रहा और उत्तर हुआ २७.

उदाहरण २.—३३०७६१६१ का घनमूल बतावो.

	३ २ १
	।--।--।
	३३०७६१६१
$३^३ =$	२७
	६०
$३^२ \times ३ = २७$	५४
२७×२	६७
$२^२ \times ३ \times ३ =$	३६
	३१६
$२^३ =$	८
	३०८१
$३ \times ३२^२ = ३ \times १०२४$	३०७२
$= ३०७२$	९६
	९६
$३ \times ३२ \times १^२ = ९६$	१
$१^३ = १$	१
	×

उत्तर ३२१.

पहले दहने हाथसे घन अघनके चिन्ह लगाये. फिर बायें हाथके घन ३३ में ३ का घन घटाया बचे ६ उतारा अगला अघन अंक ० हुये ६० $३^२$ को ३ से गुणा किया हुये २७, ६० में २७ का भाग दिया (लब्धि २ को ३ के ऊपर लिखा). बचे ६ अगला अघन अंक ७ उतारा हुये ६७. २ के वर्ग (४) को ३ से गुणा करके प्रथम अंक ३ से गुणा किये हुये अंक अर्थात् $२^२ \times ३ \times ३ = ३६$ का इसमें भाग दिया बचे ३१ उतारा घन अंक ६ हुये ३१६, २ के घन ८ को घटाया बचे ३०८ उतारा अघन अंक १ हुये ३०८१. अब ३२ को एक अंक माना और ऊपर लिखी विधिसे किया. अर्थात् ३ से $३२^२$ को गुणा किया हुये ३०७२– इसका भाग दिया बचे ९– उतारा अघन अंक ६ हुये ९६. अब ३ गुणित ३२ और $१^२$ अर्थात् ९६ से भाग दिया हुये ९६ – कुछ शेष न रहा उतारा घन अंक १ – १ का घन

१ इसमेंसे घटाया – शेष कुछ न रहा – १ को ३२ के ऊपर लिखनेसे जो ३२१ हुआ यही उत्तर है.

रीति—(२) जो आधुनिक कालमें प्रचलित है.

राशिको तीन २ अंकोंके अंशोंमें वांटो फिर प्रथम अंशमेंसे जितनेका घन घटै घटावो शेष पर अगला अंश उतारो और भाज्य बनावो फिर घनमूलके प्रथम अंकके वर्गको ३०० से गुणा करके उसको जांच भाजक समझो और भाग देकर लब्धि आगे लिखो फिर घनमूलके प्रथम अंक, ३० और इस दूसरी लब्धिके पारस्परिक गुणनफलको जांच भाजकके नीचे रक्खो और इस गुणनफलके नीचे घनमूलके दूसरे अंकके वर्ग घनकोभी रक्खो इन तीनोंको जोड़कर ठीक भाजक बनावो इसको लब्धिसे गुणाकरके भाजकमेंसे घटावो शेष पर अगला अंश उतार कर उपरोक्त क्रिया करते जावो जब तक अंक निःशेष हो जावें.

उदाहरण १.—१६६८३ का घनमूल वतावो.

न्यास—विंदी लगानेसे राशि दो अंशोंमें वटी अब १६ में २ का घन घट सक्ता है सो घटाया शेष ११ पर अगला अंश ६८३ उतारा हुये ११६८३ यह भाज्य है फिर $२^२$ को ३०० से गुणा करके १२०० को

$$
\begin{array}{r|l}
२^३ = & १६६८३\ (२७ \\
 & ८ \\
\hline
२^२ \times ३०० = १२०० & ११६८३ \\
२ \times ३० \times ७ = \ \ ४२० & \\
७^२ = \ \ \ \ ४९ & \\
\hline
१६६९ & ११६८३ \\
 & \times
\end{array}
$$

जांच भाजक ठहराया इससे भाज्यको भाग दिया यों तो लब्धि ९ आता जान पड़ता है परंतु आगे वियोज्य अधिक हो जायगा यही दशा ८ वार ले जानेमें भी होगी अतः ७ वार ले गये, फिर २, ३० और ७ को परस्पर गुणा करके ४२० को १२०० के नीचे रक्खा और $७^२ = ४९$ को भी नीचे रक्खा सबको जोड़नेसे १६६९ आये इसको ७ से गुणा करके भाज्य ११६८३ मेंसे घटाया शेष कुछ नहीं रहा और २७ घनमूल निकाला।

उदाहरण—१५०६९२२३ का घनमूल निकालो।

न्यास— १५०६९२२३ (२४७

$२^{३}$ = ८	८
$२^{२}$ × ३०० = १२००	७०६९
२ × ३० × ४ = २४०	
$४^{२}$ = १६	
१४५६	५८२४
	१२४५२२३
$२४^{२}$ × ३०० = १७२८००	
२४ × ३० × ७ = ५०४०	
$७^{२}$ = ४९	
१७७८८९	१२४५२२३
	×

२४७ उत्तर हुआ.

उदाहरण—१०५८२३८१७ का घनमूल बतावो।

१०५८२३८१७ (४७३

$४^{३}$ =	६४
	४१८२३
$४^{२}$ × ३०० = ४८००	
४ × ३० × ७ = ८४०	
$७^{२}$ = ४९	
५६८९	३९८२३
$४७^{२}$ × ३०० = ६६२७००	२०००८१७
४७ × ३० × ३ = ४२३०	
$३^{२}$ = ९	
६६६९३९	२०००८१७
	×

४७३ उत्तर हुआ.

अभ्यास.

घनमूल निकालो.

१. ४६१३. २. ७०४६६६. ३. १२२५०४३. ४. १६५३१२५.
५. ५२६४७५१२६. ६. १७८४५३५४७. ७. ६६४२६५३१.
८. १२२६१५३२७२३२. ९. ६७३३७३०६७१२५.

१०. $\sqrt[३]{(३० + ६)^{२} + (६^{२} - १)} \div ११$ का मान बतावो.

११. एक सेनामें जितने सेनप हैं उतनीही उतनी प्रत्येक सेनपकेपास अश्वारोही सेना है और प्रत्येक सवार पीछे इतनी पदाति सेना है जितने कि उसमें सेनप हैं खोजनेसे विदित हुआ कि उस सेनामें सात कम १८५२०० पदचर हैं बताओ कि सेनापति कितने हैं?

१२. एक चतुष्कोण बड़े पत्थरकी लम्बाई चौड़ाई तथा उँचाई समान थी और वह किसी प्रजापालक और देशहितैषी राजाकी स्मार्क मूर्तिस्थापनके लिये मँगाया गया उसका घनफल उसपर ८८४७३६ घन अंगुल लिखा हुआ था बताओ उससे अधिकसे अधिक कै हाथ ऊंची मूर्त्ति बनसकी होगी?

१३. एक जनसमुदायके प्रत्येक मनुष्यने अपने समुदायकी वर्ग संख्यक कौड़ियाँ भिक्षुकोंको बाँटी जो ६६ कौड़ी प्रतिभिक्षुक देनेसे ११५२ भिक्षुकोंमें बँटसकीं बतावो उस समुदायमें कितने मनुष्य थे?

१४. $\sqrt[३]{(२५)^{५} \div (३^{२} + ४^{२})^{२}} + (६)^{२} + ३$ के घनमूल और वर्गमूलका अंतर बतावो?

१५. एक व्यापारीसे किसीने पूछा कि आदिमें तुमने कितने मूलधनसे व्यापार आरंभ किया था और इससमय तुह्मारेपास कितना धन है उसने कहा कि मैं एक प्रश्नका उत्तर बताऊंगा और यों बोला कि जितने रुपये मैंने लिये उससे रुईका व्यापार आरंभ किया थोड़े दिनमें लाभकी अधिकतासे मेरेपास मूलधनका घन होगया तब मैंने ईखकी खेती की उसमें मुझे ८७३२७ का लाभ हुआ इससमय मेरेपास १०००००० रु० हैं मैं भूलसे दूसरेकाभी उत्तर देगया जानलो बतावो मूलधन कितना था?

उत्तर.

१. १७. २. ८६. ३. १०७. ४. १२५. ५. ८०९
६. ५६३. ७. ४११. ८. ४६६८. ९. ८७६५. १०. १.
११. ५७. १२. ४ हाथ. १३. ४८. १४. ४. १५. ९७ रु०

भिन्न.

परिभाषा—इकाईके एक वा अधिक समानांशोंसे बनी हुई राशि भिन्न कहाती है। इकाई जितने समान भागोंमें विभक्त की जाती है उसे "हर" कहते हैं और जितने भाग लिये जाते हैं उसे "अंश" कहते हैं.। प्राचीन कालमें इसके लिखनेकी प्रणाली यह थी कि अंशके नीचे हर लिखदिया करते थे, यथा $\begin{matrix}१\\२\end{matrix}$ परंतु अब अंश और हरके बीचमें एक आड़ी रेखाभी खींच देते हैं यथा $\frac{१}{२}$ इसमें १ अंश और २ हर है. इससे समझा जाता है कि कोई इकाई दो समान भागोंमें बाँटी गयी है उसमेंसे एक भाग लियागया है। इसको पढ़ते हैं एक बटा दो, इसी प्रकार $\frac{३}{५}$ को तीन बटा पांच पढ़ते हैं और समझा जाता है कि कोई राशि ५ समान भागोंमें बाँटी गई है और उसमेंसे ३ भाग लिये गये हैं।

सूचना—किसी पूर्णाङ्क संख्याको भिन्न रूपमें लिखनेपर उसका हर १ और अंश वही संख्या होती है, यथा ५ को भिन्न रूपमें $\frac{५}{१}$ लिखेंगे।

लीलावतीमें चार प्रकारकी भिन्न वर्णन की गई है और वे चारों यह हैं भागजाति भिन्न, प्रभागजाति भिन्न, भागानुबंध भिन्न, भागापवाह भिन्न.

भागजाति भिन्न.

परिभाषा—जिसमें एक भिन्न एक भाग दिखावे वह भाग जाति है (सीताराम)

अंशोंको एक जाति करनेकी रीति—

अन्योन्यहाराभिहतौ हरांशौ राश्योः समच्छेदविधानमेवम्।
मिथो हराभ्यामपवर्तिताभ्यां यद्वा हरांशौ सुधियात्र गुण्यौ॥

अर्थ—एक भिन्नके हरसे शेष भिन्नोंके हर और अंशोंको गुणा करो फिर दूसरे भिन्नके हरसे शेष सब भिन्नोंके हर और अंशोंको गुणा करो यही क्रिया सम्पूर्ण भिन्नोंमें करो अंतमें जो अंश प्राप्त होंगे वह एक जातिके होंगे।

यदि उन भिन्नोंके हर किसी एक राशिसे अपवर्तित होजायें अर्थात् पूरे बंट जावें तो अपवर्तित नये हरोंसे उपरोक्त रीतिके अनुसार भिन्नोंके हर और अंशको गुणा करनेसे भिन्नोंका समच्छेप हो जायगा।

उदाहरण १.—३, $\frac{१}{५}$, $\frac{१}{३}$ को जोड़ो। (लीलावती)

न्यास—$\frac{३}{१} + \frac{१}{५} + \frac{१}{३}$

प्रथम भिन्नके हर १ से शेष सब भिन्नोंके हर
और अंशको गुणा करनेसे $\frac{३}{१} + \frac{१}{५} + \frac{१}{३}$ हुये

दूसरे भिन्नके हर ५ से शेष सब भिन्नोंके हर
और अंशको गुणा करनेसे $\frac{१५}{५} + \frac{१}{५} + \frac{५}{१५}$ हुये

तीसरे भिन्नके हर ३ से शेष सब भिन्नोंके हर
और अंशको गुणा करनेसे $\frac{४५}{१५} + \frac{३}{१५} + \frac{५}{१५}$ हुये

सबका जोड़ हुआ $\frac{५३}{१५}$ उत्तर

(लीलावती)

उदाहरण २.—$\frac{१}{६३}$ और $\frac{१}{१४}$ का अंतर बतावो

न्यास—यहां दोनों ६३ और १४ का ७ से अपवर्तन हो जाता है और ९ और २ नये हर मिलते हैं। उपरोक्त रीतिके अनुसार पहिले ९ से भिन्नके

हर और अंशको गुणा करनेसे $\frac{१}{६३}$, $\frac{९}{१२६}$ हुये

फिर २ से गुणाकरनेसे $\frac{२}{१२६}$, $\frac{९}{१२६}$ हुये

इनका अंतर $\frac{७}{१२६}$ हुआ

७ से अपवर्तन करनेसे $\frac{१}{१८}$ हुआ, यही उत्तर है

अभ्यास.

१. $\frac{१}{२}$ और $\frac{१}{३}$ को जोड़ो।

२. $\frac{३}{८}$ और $\frac{५}{६}$ का अंतर क्या होगा?।

३. $\frac{३}{४} + \frac{४}{५} + \frac{५}{६} + \frac{७}{८} + \frac{८}{९} + \frac{९}{१०}$ का मान बतावो।

४. $\frac{२}{५}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{७}{८}$ $\frac{१०}{११}$ और $\frac{१८}{१९}$ को जोड़ो और योगको ५ में से घटावो।

५. $\left(\frac{१}{२१} + \frac{५}{४२} + \frac{११}{२८} - \frac{२}{६३}\right) - \left(१ - \frac{१५१}{१६८}\right)$ को संक्षिप्त करो।

६. बतावो यदि एक सरोवरकी $\frac{१}{१२}$ भूमि सूखी पड़ी है, $\frac{१}{१५}$ नील-कमलसे आच्छादित है और शेष भागमें केवल पानीही पानी है तो पानी कितने भागमें है?।

७. एक मनुष्यके पास कुछ धन था उसने उसका $\frac{१}{३}$ कुमुदोत्सव की दीपावलीमें लगाया $\frac{१}{१०}$ से दीन दरिद्रियोंको भोजन दिया $\frac{१}{२५}$ से कंगालोंको कम्मल बांटे और $\frac{१}{१५}$ लड़कोंको मिठाई खिलानेंमें व्यय किया यदि उसकेपास १० द्रम्स थे तो बतावो अब क्या बचा?।

८. एक मनुष्यको अपने घरकी दीवार उठवानी थी उसने १ कौड़ी टोकरी मिट्टीकी ढुलाई दी; पहिले दिनके अंतपर उसने देखा तो जितनी कौडियाँ उसके पास थीं उसका $\frac{१}{९}$ भाग खर्च हुआ दूसरे दिन $\frac{१}{१७}$ भाग तीसरे दिन $\frac{१}{३७}$ और चौथे $\frac{१}{४९}$ व्यय हुआ तो उसके पास कौनसा भाग बच रहा? ।

९. गुरूजीने मुझसे १००० श्यामकर्ण घोड़े गुरुदक्षिणामें मांगे उनमेंसे $\frac{१}{५}$ भाग राजा दिलीपसे, $\frac{१}{४}$ भाग राजा भगदत्तसे और $\frac{३}{१०}$ राजा देवेन्द्रसे मैंने मांगे फिर सम्पूर्ण पृथ्वीपर जब ढूंढे और न मिले तो शेष विश्वामित्रसे मांगे । बतावो विश्वामित्रसे मुझे कौनसा भाग लेना पड़ा? और वह कितने अश्व थे? ।

१०. हमारी कापीमें १०० पृष्ठ हैं. गुरूजीने १ पृष्ठ पहिले दिन, २ पृष्ठ दूसरे दिन, ४ तीसरे दिन और ५ चौथे दिन लिखवाये बतावो कौन २ सा भाग किस २ दिन लिखा और कौनसा भाग बच रहा ? ।

११. भौंरोंका एक झुंड जिसमें २४ भौंरे थे कण्व मुनिके आश्रममें होकर निकला प्रफुल्लित पुष्प-लतावोंपर मुग्ध होकर $\frac{१}{८}$ भाग मालतीका मधु चाखने लगा, $\frac{१}{६}$ वनज्योत्स्नाके मकरंदपानमें प्रवृत्त हुआ, $\frac{१}{३}$ कुंदपर मड़राने लगा और $\frac{१}{३}$ जूहीपर विहार करने लगा, शेष मन्नाता हुआ वृक्षोंको सींचती हुई शकुंतलाके मुखमंडलकी प्रदक्षिणा करने लगा. बतावो शकुंतलाके पास कौनसा भाग गया और उसमें कितने भौंरे थे ?

१२. एक लकड़ीको हम कमसे कम कितने समान भागोंमें विभक्त करें कि उसके $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{४}{५}$, $\frac{५}{६}$, $\frac{६}{७}$, $\frac{७}{८}$, $\frac{८}{९}$ और $\frac{९}{१०}$ भागोंको उन भागोंकी पूर्ण संख्यामें दिखला सकें ?

१३. $\frac{३७}{५४}$ और $\frac{६५}{७२}$ का योग उनके अंतरसे कितना बड़ा है ?

१४. यदि $\frac{२}{११}$, $\frac{७}{२२}$, $\frac{१०}{३३}$, $\frac{८}{७७}$ और $\frac{१२५}{१३२}$ का ऐसे भिन्नोंमें रूपांतर करें कि उनका हर १८४८ हो तो प्रत्येकका अंश क्या होगा ?

१५. $\frac{७}{१३}$ के एक प्रकारके रूपांतर करनेमें हमें $\frac{२९४०}{५४६०}$ भिन्न प्राप्त हुई बतावो $\frac{१७}{२०}$, $\frac{१५}{२८}$, $\frac{६८}{९१}$, १ $\frac{३}{३५}$, और ३ में २९४० के सजातीय अंश क्या होंगे ?

उत्तर.

१. $\frac{५}{६}$. २. $\frac{१३}{२४}$. ३. ५ $\frac{१७}{३६०}$. ४. १ $\frac{५१७१}{८३६०}$. ५. $\frac{२१५}{५०४}$.
६. $\frac{१७}{२०}$. ७. ४ $\frac{३}{५}$ द्रम्म. ८. $\frac{२१७०६३}{२७७३८९}$. ९. $\frac{१}{४}$, २५० घोड़े.

१०. पहिले दिन $\frac{१}{१००}$, दूसरे दिन $\frac{१}{५०}$, तीसरे दिन $\frac{१}{२५}$, और चौथे दिन $\frac{१}{२०}$ लिखवाया और $\frac{२२}{२५}$ बच रहा. ११. $\frac{१}{२४}$ भाग, १ भौंरा. १२. २५२०. १३. १ $\frac{१०}{२७}$. १४. $\frac{३३६}{१८४८}$, $\frac{५८८}{१८४८}$, $\frac{५६०}{१८४८}$, $\frac{१६२}{१८४८}$, $\frac{१७५०}{१८४८}$. १५. $\frac{४६४१}{५४६०}$, $\frac{२६२५}{५४६०}$, $\frac{४०८०}{५४६०}$, $\frac{५६२८}{५४६०}$, $\frac{१६३८०}{५४६०}$.

प्रभागजाति.

परिभाषा—भिन्नकी भिन्नको प्रभागजाति भिन्न कहते हैं. यथा $\frac{१}{२}$ का $\frac{१}{३}$ सवर्णन अथवा साधारण भिन्न करनेकी रीति—

लवालवघ्नाश्च हरा हरघ्ना भागप्रभागेषु सवर्णनं स्यात् ।

(लीलावती).

अर्थ—अंशको अंशसे गुणाकरके अंश और हरको हरसे गुणाकरके हर मानो सवर्णन (वा साधारण भिन्न) हो जायगा। (यदि अंश और हर किसी एकही राशिसे अपवर्तन हो सकैं काट दो। अपवर्तन सवर्णन करनेकी क्रियाके पहिले और पीछे भी होता है).

उदाहरण १.—

$\frac{१}{२}$ का $\frac{१}{३}$ का $\frac{३}{५}$ का $\frac{५}{८}$ का $\frac{१}{४}$ = $\frac{१५}{९६०}$ १५ से अपवर्तन करनेसे $\frac{१}{६४}$ हुआ.

अथवा—$\frac{१}{२}$ का $\frac{१}{३}$ का $\frac{३}{५}$ का $\frac{५}{८}$ का $\frac{१}{४}$ = $\frac{१}{६४}$.

उदाहरण २.

एक मंगतेको एक द्रम्मके आधेकी तिहाईके दूनेकी चौथाईके तिगुनेके पाँचवें भागके सोलहवें भागकी चौथाई देनेको कही गयी बतावो कितनी कौड़ियाँ दी गईं?

न्यास—$\frac{१}{१}$ का $\frac{१}{२}$ का $\frac{१}{३}$ का २ का $\frac{१}{४}$ का ३ का $\frac{१}{५}$ का $\frac{१}{१६}$ का $\frac{१}{४}$ में अंशोंको अंशसे और हरोंको हरसे गुणा करनेसे $\frac{६}{७६८०}$ हुये, ६ से अपवर्तन किया तो $\frac{१}{१२८०}$ हुये, एक द्रम्ममें १२८० कौड़ियाँ होती हैं अतएव १२८० कौड़ियोंका १२८० वां भाग अर्थात् एक कौड़ी दी गयी।

अभ्यास.

निम्नलिखित भिन्नोंका सवर्णन करो.

१. $\frac{१}{२}$ का $\frac{१}{३}$ का $\frac{२}{५}$ का $\frac{५}{१२}$ का $\frac{४}{७}$.

२. $\frac{७}{८}$ का $\frac{५}{४२}$ का $\frac{२२}{२५}$ का $\frac{१०}{११}$.

३. $\frac{३}{३७}$ का $\frac{३३३}{८७५}$ का $\frac{७}{९}$.

४. $\frac{२३५}{१००८}$ का $\frac{२७}{३१}$ का $\frac{२८}{४७}$ का $\frac{१४५}{१६८}$ का $\frac{७}{९}$.

५. एक द्रम्मका $\frac{७}{१७}$ का $\frac{५}{२१}$ का $\frac{३}{५}$ का $\frac{५१}{६४}$ का $\frac{१}{३}$ का मान बतावो.

६. एक घटक का $\frac{१}{१४}$ का $\frac{१}{४}$ का $\frac{१}{८}$ का $\frac{२}{३}$ का मान रत्तियोंमें बतावो.

७. बतावो कै पैसे दिये यदि किसीने १ रु० का $\frac{५}{६}$ का $\frac{४}{१५}$ का $\frac{६}{३२}$ का $\frac{१}{२}$ का $\frac{१}{२}$ चंदेमें दिया.

८. एक कपड़ा जो नापमें १ वांस का $\frac{१}{२०}$ का $\frac{१}{५}$ का $\frac{३५}{१२}$ का $\frac{१}{७}$ होता है वह १ रु० का $\frac{१}{१५}$ का $\frac{४५}{६४}$ का $\frac{१}{३}$ में मिलता है बतावो १ हाथके क्या दाम होंगे?

९. $\frac{२७}{२८}$ का $\frac{४६}{५४}$ का $\frac{१}{३}$ और $\frac{८}{९}$ का $\frac{६}{१६}$ का $\frac{१६}{२०}$ का $\frac{५}{३८}$ का अंतर बतावो।

१०. एक मनुष्यने १०० कोसकी यात्रा का $\frac{३}{५}$ का $\frac{२}{३}$ का $\frac{१}{२}$ वां भाग २ दिनमें समाप्त किया बतावो वह सम्पूर्ण यात्रा कितने दिनमें पूरी करैगा?

११. एक जंगलमें एक यात्रीको चोरोंने घेरा और पूंछा तेरेपास क्या है? उसने उत्तर दिया कि मेरेपास इतने द्रम्म हैं कि यदि उन्हैं ५ बार आधा करूं तौ भी पूरे २ द्रम्म हों बतावो कमसे कम उसकेपास कितने द्रम्म थे?

१२. यशोदाने १००० छोटे मोतियोंकी माला बड़े परिश्रमसे श्रीकृष्णके लिये पोहकर रक्खी थी। श्रीकृष्ण किसी वात पर रूठ गये थे उनके मनानेको यशोदा वही माला पहिनाने लगीं श्रीकृष्णने खिजलाकर माला तोड़ डालीं यशोदाने कहा चल तुझे हिंडोले पर झुलावें तब उन्होनें मालाके $\frac{३}{५}$ भाग मोती निकालकर आंगनमें छिटका दिये, फिर कहा ले माखन ले तब जितने आंगनमें छिटकाये थे उसका $\frac{२}{५}$ भाग निकालकर खाटपर फेंक दिये तब यशोदाने प्यार करके कहा न बेटा मोती न फेंक इस पर उन्होंने खाटपर फेंके हुये मोतियोंका $\frac{१}{४}$ भाग मालामेंसे निकालकर बलरामजीको दिया यशोदाने कहा ला माला मुझे दे तब रोकर बलरामजीको दिये हुये मोतियोंका $\frac{१}{५}$ भाग निकालकर आगमें डाल दिया इस पर यशोदाने माला लेली और नंदजी श्रीकृष्णको उठा कर फुसलाते हुये बाहर ले आये बतावो आगमें कितने मोती फेंके थे?

१३. १ काकिणीका $\frac{१}{५}$, एक पणका $\frac{३}{४}$, एक द्रम्मका $\frac{१}{२०}$ के जोड़मेंसे ८ द्रम्मका $\frac{१}{१०}$ का $\frac{१}{८}$ का $\frac{१}{२}$ को निकाल डालैं तो कितनी कौड़ियां बचैंगी?

१४. एक मनका $\frac{५}{९६}$ का $\frac{३}{७}$ का $\frac{४६}{५६}$ का $\frac{१७७}{२८०}$ का $\frac{१}{४५}$ शक्कर एक पैसेमें आती है तो एक सेरके दाम क्या होंगे ?

१५. देवदत्त एक कामका दसवाँ भाग एक दिनमें करता है यज्ञदत्त देवदत्तका $\frac{१}{२}$ और विष्णुदत्त यज्ञदत्तका $\frac{१}{८}$ काम करता है और सोमदत्त एक दिनमें इतना करता है जितना इन तीनोंके कामका पंद्रहवां भाग है, बतावो यदि यह चारों एक दिन एक कामपर लगे रहैं कुल कितना काम करैंगे ?

उत्तर.

१. $\frac{१}{६३}$. २. $\frac{१}{१२}$. ३. $\frac{५}{१२५}$. ४. $\frac{२५}{२८८}$. ५. एक काकिणी. ६. एक रत्ती. ७. एक पैसा. ८. ६ आने. ९. $\frac{११}{४८}$. १०. १० दिन. ११. ३२ द्रम्म. १२. १२ मोती. १३. २४ कौड़ियाँ. १४. ४ आने. १५. $\frac{१}{६}$.

भागानुवंध और भागापवाह.

रीति—

छेदघ्नरूपेषु लवाधनर्णमेकस्य भागा अधिकोनकाश्चेत् ।
स्वांशाधिकोनः खलु यत्र तत्र भागानुवन्धे च लवापवाहे
तलस्थ हारेण हरं निहन्यात् स्वांशाधिकोनेन तु तेन भागान् ॥

अर्थ—यदि किसी भिन्नमें पूर्णांक हो और उसमें एकका कोई अंश जोड़ा या घटाया गया हो तो पूर्णांकको हरसे गुणन करो और अंश यदि धन हो जोड़ दो यदि ऋण हो घटा दो–फलको अंशके स्थानपर रक्खो और हर वही रहने दो तो सामान्य भिन्न हो जायगी.

अथवा—यदि भागानुबंध वा भागापवाहमें एकका भाग अपने अंशसे अधिक वा ऋण हो वहां सबसे नीचेके हरसे सबसे ऊपरके हरका गुणन करै और हरके स्थानपर लिखे. यदि धन हो तो नीचेके हरमें अंश जोड़कर और यदि ऋण है तो घटाकर ऊपरके अंशको गुणन करै और फलको अंश लिखै. उदाहरण—$२\frac{१}{४}$ और $\frac{१}{४}$ कम ३ का सवर्णन करो.

पहली रीतिसे हरको पूर्णांकसे गुणा किया $२ \times ४ = ८$ यहां धन है इस लिये अंश १ जोड़ा $८ + १ = ९$ यही अंश लिखा और हर वही रक्खा तो $\frac{९}{४}$ हुआ.

$३ - \frac{१}{४}$ = पूर्णांक ३ को हर ४ से गुणन किया हुए १२ यहां ऋण होनेसे अंश १ घटाया तो $१२ - १ = ११$. यही अंश है और हर वही ४ रखनेसे $\frac{११}{४}$ यह रूप हुआ.

उदाहरण २.—$\frac{१}{४}$ अपने $\frac{१}{३}$ में जोड़ा और फिर उसमें जोड़का $\frac{१}{२}$ जोड़नेसे क्या होगा?

सबको ऊपर नीचे लिखा.

$\frac{१}{४}$ $\frac{३}{८}$ $\frac{१२}{२४}$

$\frac{१}{३}$ $\frac{१}{३}$

$\frac{१}{२}$

दूसरी रीतिसे—सबसे—तलेके हर २ को सबसे ऊपरके हर ४ में गुणा किया $२ \times ४ = ८$ यही हर स्थापन किया और धन होनेसे हर २ को अंश १ में जोड़ा तो ३ हुए. इसको ऊपरके हर १ से गुणन किया तो $३ \times १ \times ३$ हुये यही अंश लिखा.

अब फिर नीचेके हर ३ को ऊपरके हर ८ से गुणन किया $३ \times ८ = २४$. धन होनेसे हर ३ को अंश १ में जोड़ा तो $३ + १ = ४$ हुये. इसको ऊपरके अंश ३ से गुणन करनेसे फल $३ \times ४ = १२$ हुये. सवर्णित अंक $\frac{१२}{२४} = \frac{१}{२}$ हुये.

उदाहरण ३.—$\frac{२}{३}$ मेंसे उसका $\frac{१}{८}$ घटाया और शेषका $\frac{३}{७}$ उस (शेष) मेंसे घटाया तो क्या बचा?

$\frac{२}{३}$ $\frac{८}{२१}$ $\frac{५६}{१६८}$

$\frac{१}{८}$ $\frac{१}{८}$

$\frac{३}{७}$

ऊपर नीचे लिखा—सबसे नीचेके हर ७ को ऊपरके हर ३ से गुणन किया $३ \times ७ = २१$ यह हर माना. ऋण होनेसे नीचेके हर ७ मेंसे अंश ३ घटाया बचे ४ ऊपरके अंश २ से गुणनकर $२ \times ४ = ८$ को अंश लिखा फिर वैसाही करनेसे २१×८ हर हुया अर्थात् १६८ हर और $८ \times (८ - १) = ८ \times ७ = ५६$ अंश है. तो सवर्णित भिन्नका रूप $\frac{५६}{१६८} = \frac{१}{३}$ हुआ.

उदाहरण ४.—$\frac{१}{२}$ अपने $\frac{१}{८}$ से कम और शेषमें उस शेषका $\frac{६}{७}$ जोड़ा हुआ कितना हुआ?

क्रमसे ऊपर नीचे लिखा—

$\frac{१}{२}$ $\frac{१६}{१४}$ $\frac{११२}{११२}$

$- \frac{१}{८} - \frac{१}{८}$

$+ \frac{६}{७}$

यहां ऊपरकी क्रियाकी–नीचेके हर ७ को ऊपरके हर २ से गुणनकर १४ हर लिखा पहले धन होनेसे ६ में ७ जोड़ा $६ + ७ = १६$ को ऊपरके अंश १ से गुणन

कर अंश लिखा फिर नीचेके हर ८ से ऊपरके हर १४ को गुणनकर हर लिखा परंतु ऋण होनेसे हर ८ से अंश १ घटाया तो ७ बचे ७ से ऊपरके अंश १६ को गुणनकर अंश लिखा. तो सवर्णित रूप $\frac{११२}{११२}$ = १ हुआ—

भागानुबंध और भागापवाहके प्रश्न.

१. ४०१ $\frac{१७}{१२}$; २०७ $\frac{१}{८}$; १० $\frac{३०७}{५०६}$; ९७ $\frac{१}{३}$, २५३ $\frac{११}{१८}$ को साधारण भिन्नमें परिवर्तन करो.

२. $\frac{२}{३}$ से अपना $\frac{५}{९}$ घटाया बाकीके $\frac{१}{४}$ की बाकीका $\frac{२}{३}$ का मान बताओ.

३. ४८) मनुष्योंमे बांटा पहलेको $\frac{१}{२}$ दूसरेको बाकीका $\frac{२}{३}$ तीसरेको शेषका $\frac{८}{९}$ चौथेको शेषका $\frac{१}{३}$ दिया तो सब कितना दिया.

४. १७ सफ़ेकी कापी लिखना है पहले दिन $\frac{१}{३}$ दूसरे दिन शेषका $\frac{७}{९}$ तीसरे दिन शेषका $\frac{१}{३}$ चौथे दिन शेषका $\frac{५}{७}$ लिखा तो ४ दिनमें कापीका कौनसा भाग रह गया.

५. वस्तीमें ल्गेग होनेसे जनसंख्याका $\frac{१}{२५}$ पहली सालमें शेषका $\frac{१}{२७}$ दूसरी वर्षमें शेषका $\frac{३}{१९}$ तीसरी वर्षमें मरे तो जनसंख्याका कौनसा भाग मर गया.

६. एक जेलसे क़ैदियोंका $\frac{१}{७}$ भाग मियाद पूरी होने पर छूट गया शेषका $\frac{२}{३}$ दूसरी जेलको भेज दिया गया और शेषका $\frac{१}{९}$ महाराजकी राजगद्दीके अवसर पर छोड़ दिया गया तौ कौनसा भाग जेलसे चला गया.

७. एक बाग़ लगानेके लिये फुलवारीका $\frac{८}{९}$ फूलसे भर दिया शेषका $\frac{२}{३}$ आमसे और शेषका $\frac{९}{१०}$ केलेसे तौ बताओ कुल फुलवारीकी भूमिका कौनसा भाग रह गया.

८. एक मदरसेके लड़के ४ क़तारमें खड़े किये गये. पहलीमें $\frac{१}{५}$ आये दूसरीमें शेषके $\frac{१}{३}$ तीसरीमें शेषके $\frac{७}{९}$ चौथीमें शेषका $\frac{५}{७}$ तो बताओ सबका कौनसा भाग चारो क़तारमें आगया.

९. भूमंडलका $\frac{२}{३}$ समुद्र है शेषका $\frac{१}{४}$ नदी शेषका $\frac{१}{५}$ पहाड़ जंगल आदि है शेष आवाद है तो बताओ कौनसा भाग आवाद है.

१०. $\frac{९}{११}$ मेंसे उसका $\frac{७}{९}$ घटाकर शेषमेंसे उसका $\frac{११}{१५}$ घटाओ, जो शेष रहे उसमेंसे उसीका $\frac{५}{९}$ घटाने पर शेषका मान बताओ.

उत्तर.

१. $\frac{४८२९}{१२}$, $\frac{१६५७}{८}$, $\frac{५३६७}{५०६}$, $\frac{२९२}{३}$, $\frac{४५६५}{१८}$. २. $\frac{१}{३६}$. ३. $\frac{१६}{२७}$. रु.
४. $\frac{१६}{५६७}$. ५. $\frac{१६६}{२२५}$. ६. $\frac{४७}{६३}$. ७. $\frac{१}{२७०}$. ८. $\frac{८६३}{९४५}$.
९. $\frac{१}{५}$. १०. $\frac{३२}{१४८५}$.

४

भिन्नोंका जोड़ और अंतर.

रीति—

योगांतरं तुल्यहरांशकानां कल्प्यो हरो रूपमहारराशेः ॥

(लीलावती)

अर्थ—सम्पूर्ण भिन्नोंका समच्छेप करके अंशोंको जोड़ो और अंश मानो तथा समच्छेपसे जो हर आया हो उसको हर समझो । यदि घटाना है तो अंशोंको घटाये वही अंतर अंश और समच्छेपसे आया हुआ हर हर होगा (जहां जिस राशिका हर न हो वहां हर १ मानो).

उदाहरण—$\frac{१}{५}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{६}$ को जोड़ो और जोड़को ३ में से घटावो ।

न्यास—$\frac{१}{५}, + \frac{१}{४} + \frac{१}{३} + \frac{१}{२} + \frac{१}{६}$

$= \frac{५}{२०} + \frac{१}{४} + \frac{५}{१२} + \frac{५}{८} + \frac{५}{२४}$

$= \frac{१२}{६०} + \frac{३}{१२} + \frac{५}{१२} + \frac{१२}{२४} + \frac{१२}{७२}$

$= \frac{२५}{१२०} + \frac{६}{२४} + \frac{८}{२४} + \frac{१२}{२४} + \frac{२५}{१४४}$

$= \frac{१५५}{७२०} + \frac{३६}{१४४} + \frac{५८}{१४४} + \frac{७२}{१४४} + \frac{२५}{१४४}$

$= \frac{१५५}{७२०} + \frac{१८०}{७२०} + \frac{२५०}{७२०} + \frac{३६०}{७२०} + \frac{१२०}{७२०}$ समच्छेप होगया.

अतः जोड़ $= \frac{१०५५}{७२०}$; ३६ से अपवर्तन किया $= \frac{२६}{२०}$

अब इसको ३ मेंसे घटाना है

$\frac{३}{१} - \frac{२६}{२०}$

$= \frac{३}{१} - \frac{२६}{२०}$

$= \frac{६०}{२०} - \frac{२६}{२०}$

अंतर $= \frac{३१}{२०} = १\,\frac{११}{२०}$

अभ्यास.

निम्नलिखित भिन्नोंको संक्षिप्त करो.

१. $\frac{१}{२} + \frac{१}{३} + \frac{१}{४} + \frac{१}{५}$.

२. $\frac{७}{८} - \frac{२}{७} + \frac{११}{१५} + \frac{१३}{२४} - \frac{१}{२१} + \frac{३}{४}$.

३. $१\,\frac{१७}{१९} + ५\,\frac{२५}{३८} - ३\,\frac{१}{५} + ७\,\frac{५}{९}$.

४. $\frac{३१}{८४} + २\,\frac{४७}{५६} - ५\,\frac{१७}{१४४} + ४\,\frac{७}{१२} + \frac{६१}{७२}$.

५. ११ $\frac{५३}{६५}$ का १ $\frac{५३}{६४}$ + $\frac{२५}{२७}$ का ७ $\frac{१}{५}$ का $\frac{३१}{५०}$ − $\frac{६८}{६९}$ का ५ $\frac{३}{१७}$ + $\frac{१}{१२}$.

६. $\frac{७}{८}$ का $\frac{१६}{२१}$, २ $\frac{३}{४}$ का $\frac{३७}{५५}$, $\frac{६८}{६९}$ का = $\frac{१}{४}$ के योगमेंसे १ $\frac{३५५}{१२६९}$ को घटावो.

७. एक नलिकाने एक सरोवरका $\frac{१}{१२०}$ भाग दूसरीने $\frac{१}{६}$ तीसरीने $\frac{१}{३}$ और चौथीने $\frac{२}{१५}$ भाग भर डाला बतावो कि पांचवीं नलिकाको कौनसा भाग भरना पड़ैगा जिसमें सम्पूर्ण ताल भरजाय ?

८. एक पक्षियोंके समूहमेंसे $\frac{३}{१६}$ भाग उत्तर दिशाको उड़गया $\frac{७}{३२}$ पूर्वकी ओर गया $\frac{११}{४८}$ दक्षिणको गया और कुछ पक्षी पश्चिमको उड़गये शेष उसी स्थानपर एक आम्रबनमें फल खाने लगे, गिननेसे विदित हुआ कि वह कुल पक्षियोंका $\frac{१}{८}$ भाग है बतावो पश्चिमदिशाको कौनसा भाग गया ?

९. $\frac{३}{५}$ के पांचवें भागका आधा $\frac{५}{३}$ के सातवें भागकी चौथाईसे कितना बड़ा अथवा छोटा है ?

१०. $१\frac{१}{२} + २\frac{२}{३} + ३\frac{३}{४} + ४\frac{४}{५} - (\frac{१}{२} + \frac{२}{३} + \frac{३}{४} + \frac{४}{५})$ में क्या जोड़ें जिसमें योगफल $३\frac{७}{८} + ५\frac{५}{६} - २\frac{१}{१२} - \frac{१}{२७} + ८\frac{५}{१६} + ३\frac{१}{१८}$ के बराबर हो ?

११. यदि $\frac{५}{६}$ के $\frac{३}{१०}$ में $\frac{२}{३}$ के $\frac{३}{८}$ को जोड़ें और योगमेंसे $\frac{११}{१२} - \frac{५}{१५}$ को घटावें तो उत्तर और १ में क्या अंतर होगा ?

१२. चक्रपाणिके पास १० द्रम्म, रणधीरसिंहके पास १२ और शार्ङ्गधरके पास १५ द्रम्म थे चक्रपाणिने अपने धनकी चौथाईका आधा और रणधीरसिंहने अपने धनकी तिहाईका चौथाई ब्रह्मानंद नामक एक संन्यासीको दान दे दिया बतावो संन्यासीके पास ४ द्रम्मकी कमी पूरी करके शार्ङ्गधर अपने पास क्या बचा सकेगा ?

१३. $\frac{६७}{१७१} + \frac{३५}{३८} + १\frac{५२}{६५} + ३$ का $२\frac{३}{२२८} - २\frac{१}{१६}$ में और ८ में क्या अंतर है ?

१४. दो खूंटियोंके बीचमें रस्सीके चार टुकड़े जो लम्बाईमें क्रमसे $१\frac{३}{४}$, $२\frac{५}{६}$, $५\frac{३}{८}$ और $८\frac{१}{२४}$ दण्ड हैं रक्खे गये तो पूरी दूरी तक पहुंच गये बतावो दोनों खूंटियोंके बीचमें क्या अंतर है ?

१५. बहरायचसे लखनऊ $३७\frac{१}{२}$ कोस है बहराइचमें ठहरे हुये मनुष्यको २४ घंटेके भीतर लखनऊ पहुंचना है उसने पहले घोड़ेपर $१४\frac{२}{३}$ कोसकी यात्रा की फिर $५\frac{५}{६}$ कोस इक्के पर गया पश्चात् $८\frac{७}{८}$ कोस हाथीपर यात्रा की तदनंतर $७\frac{५}{१२}$ कोस पालकी पर चढ़कर गया यहां पालकी टूट जाने और समय बहुत कम होनेसे शेष यात्रा पैदलही चलकर पूरी की बतावो कितनी दूर पैदल चला ?

उत्तर.

१. $१\frac{१७}{६०}$. २. $२\frac{१७}{३०}$ ३. $११\frac{१५५३}{१७१०}$. ४. $३\frac{५२५}{१००८}$. ५. $११\frac{८३}{१८०}$.
६. $६\frac{५८६३}{६४८०}$ ७. $\frac{४३}{१२०}$ ८. $\frac{२३}{६६}$. ९. बड़ा है $\frac{१}{२१००}$. १०. $८\frac{४१३}{४३२}$.
११. $\frac{५३}{६०}$. १२. $१३\frac{३}{४}$ द्रम्म. १३. $१\frac{५२३}{३४२०}$. १४. १८ दराड.
१५. $\frac{१५}{२४}$ कोस.

भिन्न गुणन.

रीति—

अंशाहतिश्छेदवधेन भक्ता लब्धं विभिन्ने गुणने फलं स्यात् ॥

अर्थ—भिन्नोंके अंशोंको परसर गुणन करके अंश मानो तथा हरोंकोभी परसर गुणन करके हर मानो यदि भाग जासकै तो लब्धि निकालो यही उत्तर होगा ।

सूचना.—यदि दोनों गुणनफल किसी राशिसे कट सकैं तो काट दो ।

उदाहरण १.—$२\frac{१}{३}$ को $२\frac{१}{७}$ से गुणन करो ।

न्यास— $\frac{७}{३} \times \frac{१५}{७}$

$= \frac{१०५}{२१}$ (५ / १)

$= \frac{५}{१}$

$= ५$

१५ को ७ से गुणन किया १०५ हुये यह अंश है ७ को ३ से गुणन किया २१ हुये यह हर है अंश २१ से कटता है काट दिया फिर १ से ५ को भाग दिया लब्धि मिली ५ यही उत्तर है ।

उदाहरण २.—$\frac{१}{२} \times \frac{१}{३}$ से गुणन करो ।

न्यास— $\frac{१}{२} \times \frac{१}{३} = \frac{१ \times १}{२ \times ३}$

$= \frac{१}{६}$ यही उत्तर है ।

अभ्यास.

१. $\frac{१}{२} \times \frac{१}{३} \times \frac{३}{४} \times \frac{१}{५}$. २. $\frac{२}{३} \times \frac{३}{४} \times \frac{४}{५} \times \frac{५}{६}$. ३. $\frac{८}{३५} \times १७\frac{२}{३} \times \frac{१०५}{१०६}$.
४. $\frac{२७}{२८} \times \frac{४२}{५५} \times \frac{३२}{८१} \times ३२\frac{१}{२} \times \frac{१}{१३}$.
५. $(\frac{१}{२} + \frac{१}{३}) \times (\frac{१}{४} + \frac{१}{५}) \times (\frac{११}{१२} - \frac{३}{८})$.
६. $\frac{१}{७} \times \frac{३}{७} \times ६\frac{१}{४} \times ४\frac{१}{१२} \times १\frac{१६}{७५} \times १\frac{११}{११७} \times ६\frac{३}{७} \times ३\frac{५}{१६} \times ३\frac{१८३}{३७१}$.
७. $\frac{४३}{४७} \times \frac{१}{२} \times ६\frac{४}{१५} \times \frac{५}{१२६} \times १०\frac{६}{१७} \times १३\frac{१०}{११} \times \frac{१}{४}$.

८. $\left\{ \left(\frac{५}{६} - \frac{१}{१४} \right) \left(\frac{३}{२८} + \frac{४}{७} \right) \right\} \times \frac{७}{१६} \times २\frac{४}{१६}$.

९. $\left\{ \frac{१}{२} \left\{ \frac{३}{४} + \frac{४}{५} \left(२\frac{३}{४} - \frac{७}{१२} \times ३\frac{३}{४} \right) \right\} \right\}^{२} \times \frac{१५}{३६} \times १\frac{२६}{३१}$

१०. $\left\{ \left(\frac{१}{३३} + \frac{३}{१६५} \right) \left(४ - \frac{६}{७} \right) \left(३ \text{ का } \frac{१}{४} \right) \right\}$ का $\left\{ \left(३\frac{१}{२} \text{ का } १\frac{५}{१६} \right) \left(४\frac{१}{२} - २\frac{३३}{७४} \right) \left(११४\frac{२}{७} + १२\frac{४}{७} \right) \right\}$

११. वेदनाथने पौनेग्यारह सेर हवनकी सामग्री सवापांच आने सेरके भावसे और कालिकाप्रसादने $४\frac{१}{२}$ सेर लौंग और जायफल इत्यादि एक पैसा बाढ़ ११ आने सेरके भावसे मोल लिया बतावो दोनोंमेंसे किसने कितना अधिक व्यय किया?

१२. एक मनुष्य $३\frac{१}{४}$ घड़ी प्रतिघड़ी $३\frac{२}{३}$ कोस, $५\frac{५}{८}$ घड़ी प्रतिघड़ी $४\frac{२}{५}$ कोस, $८\frac{३}{११}$ घड़ी प्रतिघड़ी साढ़ेपांच कोस, और $३\frac{२३}{२८}$ घड़ी प्रतिघड़ी $४\frac{२}{३}$ कोसकी चालसे चलकर त्रिवेणी स्नान के लिये प्रयाग पहुँच गया बतावो उसके घरसे प्रयाग कितनी दूर है?

१३. एक लेखकने एक पुस्तकके $८\frac{१}{३}$ पृष्ठ प्रतिदिन लिखकर ३० दिनके पीछे देखा तो ५० पृष्ठ लिखनेको अभी और रहगयेथे बतावो उस पुस्तकमें सब कितने पृष्ठ थे?

१४. यदि एक मनुष्य प्रतिदिन १० रु० का $\frac{१}{२} \left(\frac{३}{४} + \frac{४}{५} + \frac{५}{८} - \frac{२}{३} \right) \times \frac{६}{१८१}$ दान करता है तो एक वर्षमें कितना दान करेगा? (एक वर्ष = ३६० दिन)

१५. एक गणितविशारद व्यापारीसे एक विद्यार्थीने एक पुस्तक मोल लेनी चाही और पूछा इसके क्या दाम हैं उसने उत्तर दिया कि यह उस भाज्यके $\frac{७}{८} \times \frac{१}{१४} \left(\frac{५}{६} + \frac{१}{३} \text{ का } \frac{२}{५} \text{ का } \frac{५}{६} \right) + १\frac{१}{८}$ का $३\frac{२}{३}$ गुने पैसोंको मिलैगी जिसका भाजक $\frac{६}{३५}$ और लब्धि $४\frac{२}{३}$ है? बतावो उस पुस्तकका दाम क्या है?

उत्तर.

१. $\frac{१}{१२०}$. २. $\frac{१}{३}$. ३. ४. ४. $\frac{१}{२}$. ५. $\frac{१३}{६४}$. ६. $१५४\frac{२}{७}$. ७. ४. ८. $\frac{१}{२}$. ९. $\frac{६००}{६६१}$. १०. $१३१\frac{२३}{३५}$. ११. $५\frac{१३}{१६}$ आने वेदनाथने अधिक व्यय किया. १२. १०० कोस. १३. ३०० पृष्ठ. १४. ६० रु०. १५. ५ पैसे.

भिन्नका भाग.

रीति—

छेदं लवं च परिवर्त्य हरस्य शेषः कार्यो ऽथ भागहरणे गुणनाविधिश्च
(लीलावती).

अर्थ—भाजकके अंश और हरको उलटकर अर्थात् अंशके स्थानपर हर और हरके स्थानपर अंश लिखकर इस नवीन भिन्नसे गुणनकी रीतिसे भाज्यको गुणन करो फल लब्धि होगी।

उदाहरण—५ को $२\frac{१}{३}$ से भागदो।

न्यास— $२\frac{१}{३} = \frac{७}{३}$

$५ \div \frac{७}{३}$

$= \frac{५}{१} \times \frac{३}{७}$

$= \frac{१५}{७} = २\frac{१}{७}$ उत्तर.

भाजक $\frac{७}{३}$ में अंश ७ और हर ३ है उपरोक्त रीतिसे उलटने पर $\frac{३}{७}$ भिन्न सिद्ध हुई अब ५ को $\frac{३}{७}$ से गुणन किया तो $\frac{१५}{७}$ अर्थात् $२\frac{१}{७}$ लब्धि हुई।

उदाहरण—२.—$\frac{१}{६} \div \frac{१}{३}$ को संक्षिप्त करो।

न्यास $\frac{१}{६} \div \frac{१}{३}$

$= \frac{१}{\cancel{६}_{२}} + \frac{\cancel{३}^{१}}{१}$

$= \frac{१}{२}$ उत्तर.

सूचना—जहाँ एकही भिन्न-पंक्तिमें योग, अंतर, गुणन और भागके चिन्ह एक साथ हों अथवा दो वा तीन चिन्ह हों वहाँ सबसे पहिले भाग फिर, गुणन फिर योग और पीछे व्यवकलनकी क्रिया करनी चाहिये *।

अभ्यास.

निम्न लिखित भिन्न संक्षेप करो।

१. $\frac{१}{२} \div \frac{१}{३}$. २. $\frac{३}{४} \div \frac{५}{६}$. ३. $\frac{११}{१५} \div \frac{२२}{७५}$.

४. $\left(१\frac{७}{८} + २\frac{३}{५}\right) \div \left(१८ - \frac{१}{१०}\right)$.

५. $\left\{ \frac{१}{२} \div \left(\frac{६}{६} \text{ का } २\frac{१}{३} \right) \right\} \div \left\{ \frac{८७}{८८} + \left(\frac{३}{४} + \frac{२५}{४४} \right) \right\}$.

---

* विद्यार्थियोंको यह दोहा कंठाग्र कर लेना उपयोगी होगा—

भाग कीजिये आदिमें फेरि गुणनको काम।
ताके पीछे योगविधि अंतर अंतललाम ॥ १ ॥

६. $$\cfrac{१\frac{१}{२}\text{ का }\frac{५}{६} \div \frac{१५}{१६} + \frac{१}{३}}{\frac{७}{८} \div \cfrac{१}{\frac{२}{३} \div \cfrac{२}{\frac{२}{३} \div \cfrac{३}{\frac{४}{५} \div \frac{५}{६}}}}} \div ५\frac{२०}{२१}$$

७. $$\cfrac{\cfrac{१०\frac{१}{८} \div २\frac{१}{५}}{\frac{८}{९} + \frac{२}{३} - \frac{१}{४} \div (१\frac{७}{८}\text{ का }४\frac{४}{५})}}{\cfrac{\frac{३२}{४१} \div (३\frac{१}{७} \times \frac{१}{११} \times १\frac{१०१}{१२३})}{१\frac{५}{७}}} \div १\frac{१६}{२१}$$

८. दो राशियोंका गुणनफल $७\frac{१}{२}$ है और एक राशि $३\frac{३}{४}$ है तो दूसरी बतावो ।

९. वह कौन राशि है जिसके $\frac{३}{५}$ में यदि $\frac{१}{७}$ से भाग दें और लब्धिमें $\frac{१}{१२}$ जोड़ें तो योगफल $४\frac{१७}{६०}$ हो ?

१०. एक मनुष्य ६ घड़ीमें एक बीघा खेत ढेकलीसे सींच सक्ता है परंतु यदि वह बरसाती कहारको अपना सहायक पाजाय तो खेत ४ ही घड़ीमें सींच जाय बतावो अकेला बरसाती एक बीघा कितने समयमें सींच सक्ता है ?

११. $\frac{३}{८}$ को $\frac{१२}{२५}$ से भाग देनेसे जितनी लब्धि हो यदि उतनाही $\frac{५}{३६}$ और एक दूसरी राशिका गुणनफल हो तो बतावो वह कौन राशि होगी ?

१२. क के पास जितना धन है उसका $२\frac{५}{७}$ गुना ख के पास है और ख के पास जितना है उसका $५\frac{२}{३}$ गुना ग के पास है गिननेसे मालूम हुआ कि ग के पास १२६२ रु० हैं बतावो क और ख के पास कितना है ?

१३. $\frac{३}{७}$ को $१\frac{१}{१४}$ और $\frac{८}{२५}$ से भाग देनेसे जो लब्धियाँ प्राप्त होती हैं उनके योगको उन्हींके अंतरसे भाग दें तो लब्धि क्या होगी ?

१४. भागके एक प्रश्नमें लब्धि $१\frac{२}{५}$, भाज्य $३\frac{७}{८}$ है बतावो भाजक क्या है ?

१५. दो संख्यावोंका गुणनफल $६\frac{६६}{१००}$ है उन संख्यावोंमेंसे एक संख्या और $\frac{१५}{१११}$ का गुणनफल १ है तो दोनों संख्यावोंको बतावो ?

उत्तर.

१. $१\frac{१}{२}$. २. $\frac{३}{१०}$. ३. $२\frac{१}{२}$. ४. $\frac{१}{४}$. ५. $\frac{१}{३}$. ६. ४. ७. १. ८. २. ९. १. १०. १२ घड़ी. ११. $५\frac{५}{८}$. १२. क के. पास ८४ रु० ख के पास २२८ रु०. १३. $१\frac{२२५}{२६३}$. १४. $२\frac{४३}{५६}$ १५. $१\frac{७}{२०}$ व $७\frac{२}{५}$.

भिन्नका वर्ग-घनादि.

रीति—

वर्गे कृती घनविधौ तु घनौ विधेयौ हारांशयोरथ पदे च पदप्रसिद्ध्यै ।

(लीलावती)

अर्थ—यदि भिन्नका वर्ग, घन (अथवा कोईसा घात) निकालना हो तो हर और अंश दोनोंका वर्ग घन अथवा अभीष्ट घात करो, उत्तर हो जायगा, मूल निकालनेमें हर और अंशका मूल करना चाहिये ।

उदाहरण—$\frac{२}{५}$ का वर्ग तथा घन बतावो ।

न्यास—$\left(\frac{२}{५}\right)^{२}$ = २ अंश है इसका वर्ग ४
५ हर है इसका वर्ग २५

अतएव उत्तर = $\frac{४}{२५}$

$\left(\frac{२}{५}\right)^{३}$ २ का घन ८ और ५ का घन २२५

उत्तर = $\frac{८}{१२५}$

उदाहरण २.—$\frac{८}{१२५}$ का घनमूल और $\frac{४}{२५}$ का वर्गमूल बतावो ।

न्यास—$\sqrt[३]{\frac{८}{१२५}}$ ८ का घनमूल २ और १२५ का घनमूल ५

अतएव—$\sqrt[३]{\frac{८}{१२५}} = \frac{२}{५}$

$\sqrt{\frac{४}{२५}}$ में ४ का वर्गमूल २ और २५ का ५ हुआ

अतएव—$\sqrt{\frac{४}{२५}} = \frac{२}{५}$ उत्तर हुआ.

अभ्यास.

निम्नभिन्नोंका वर्ग बतावो ।

१. $\frac{३}{४}$. २. $\frac{७}{८}$. ३. $\frac{११}{१४}$. ४. $१\frac{५}{३८}$.

निम्न लिखित भिन्नोंका घन बतावो ।

५. $२\frac{५}{६}$. ६. $\left(१ - \frac{५}{७४}\right)$. ७. $\left(५\frac{६}{१७} \times २\frac{८}{१३} \times \frac{१}{२}\right)$.

मान बतावो ।

८. $\left(\frac{१}{२}\right)^{२} + \left(\frac{३}{४}\right)^{३} + \sqrt{\frac{७२९}{१२९६}} + \sqrt[३]{\frac{७२९}{१७२८}}$

९. $\dfrac{\sqrt{\frac{४९}{६४}} \times \sqrt[३]{\frac{८}{१२५}}}{\left(\frac{१}{२}\right)^{२} \div \left(\frac{२}{३}\right)^{३}}$ का $\frac{५}{६} \div \left(\frac{७}{८} + \frac{३}{८}\right)^{२}$

१०. $\dfrac{\sqrt{\frac{१}{४} + \frac{४}{९} + \frac{२}{३}}}{\sqrt{\frac{१}{४} + \frac{४}{९} - \frac{२}{३}}} \div \left(\frac{१}{२}^{२} + \sqrt{\frac{१}{४}}\right)$.

११. $\sqrt{\frac{२१२२४४४९}{९७५३५३७६}}$ १२. $\sqrt[३]{\frac{१५६२५}{१८५१९३}}$

१३. $\frac{५}{६}$ के घनमें किसका वर्ग जोड़ें कि योगफल $१\frac{२३९}{६४८}$ हो ?

१४. दो भिन्नोंमेंसे एकका घन $\frac{१३३१}{४६६५६}$ है यदि इस घनके हरमें ३५२० जोड़ दिये जावें और अंशमेंसे ३५ निकालडाले जावें तो यह नयी राशि दूसरी भिन्नकी वर्ग हो जावे तो दोनों भिन्न बतावो?

१५. गणितकी एक पुस्तकमें भिन्नका एक प्रश्न यों लिखा हुआ मिला $\left[\dfrac{\frac{१}{२} + \sqrt{\frac{२५}{३६}}}{\sqrt{\frac{८१}{१००}} \div \frac{१}{२}} + \dfrac{\frac{७}{८} \times १\frac{१३}{३५}}{\left(\frac{२}{५} - \frac{७}{-}\right)^{२}}\right]$ अर्थात् एक राशिका हर छपनेसेही रहगया. परंतु पुस्तकमें इसका उत्तर $४८०\frac{२०}{२७}$ लिखा था बतावो वह हर कितना था?

उत्तर.

१. $\frac{९}{१६}$. २. $\frac{४९}{६४}$. ३. $\frac{१२१}{१९६}$. ४. $१\frac{४०५}{१४४४}$. ५. $२२\frac{१६१}{२१६}$.
६. $\frac{३२८५०९}{४०५२२४}$. ७. ३४३. ८. $२\frac{११}{६४}$. ९. $\frac{४४८}{२०२५}$. १०. $९\frac{१}{३}$.
११. $\frac{४६०७}{९८७६}$. १२. $\frac{२५}{५७}$. १३. $\frac{८}{९}$. १४. $\frac{११}{३६}$, $\frac{३६}{२२४}$. १५. २०.

शून्यव्यवहार.

रीति—

योगे खं क्षेपसमं वर्गादौ खं खभाजितो राशिः ॥
खहरः स्यात् खगुणः खं खगुणश्चिन्त्यश्च शेषविधौ ॥ १ ॥
शून्ये गुणके जाते खं हारश्चेत्पुनस्तदा राशिः ॥
अविकृत एव ज्ञेयस्तथैव खेनोनितश्च युतः ॥ २ ॥

अर्थ—किसी अंकमें यदि शून्य जोड़ा अथवा घटाया जावे तो फल वही अंक होता है शून्यका वर्ग वा वर्गमूल और घन वा घनमूल शून्य होता है, किसी राशि और शून्यका गुणनफल भी शून्य होता है और किसी राशिको शून्यसे भाग देनेसे फल "खहर" अर्थात् हरसे हीन होता है।

उदाहरण—शून्यको ५ में जोड़नेसे क्या होगा? शून्यका वर्ग क्या है? शून्यका घन क्या है? घनमूल क्या है? ५ को शून्यसे गुणन करैं तो क्या होगा? और १० को शून्यसे भाग देनेसे क्या आवेगा?

न्यास—उपरोक्त रीतिसे—

० में ५ जोड़ा तो ० ५ = ५ हुआ
० का वर्ग किया तो $०^{२} = ०$,,
० का घन किया तो $०^{३} = ०$,,
० का घनमूल किया तो $\sqrt[३]{०} = ०$ हुआ
५ को ० से गुणा किया तो ५×०=० हुआ
१० को ० से भाग दिया तो $\frac{१०}{०}$ = खहर ∞ हुआ.

उदाहरण—वह कौन राशि है जिसको ० से गुणन करैं और उसका आधा जोड़ैं फिर ३ से गुणन करैं और शून्यसे भाग दैं तो ६३ लब्धि होती है?

न्यास—यहां व्यस्त विधिसे ६३ को शून्यसे गुणन और ३ से भाग दिया तो $\frac{\overset{२१}{\cancel{६३}} \times \cancel{०}}{\cancel{३} \times \cancel{०}}$ यह रूप हुआ यह इष्ट अंकका डेढ़ गुना है अतः राशि १४ सिद्ध होती है।

सूचना.—यद्यपि कई टीकाकारोंने १४ राशि सिद्ध की है परंतु रीतिके अनुसार इसमें बहुत कुछ संदेह हैं, क्यों कि शून्य अथवा किसी अंकको शून्यसे भाग देनेपर शून्य अथवा खहर लब्धि मिलती है न कि ६३।

व्यस्तविधि.

रीति—

छेदं गुणं गुणं छेदं वर्गं मूलं पदं कृतिम् ॥
ऋणं स्वं स्वमृणं कुर्यात् दृश्ये राशिप्रसिद्धये ॥ १ ॥
अथ स्वांशाधिकोने तु लवाढ्योनो हरो हरः ॥
अंशस्त्वविकृतस्तत्र विलोमे शेषयुक्तवत् ॥ २ ॥

(लीलावती)

अर्थ—व्यस्तविधिसे किसी संख्याको जाननेके लिये भागके स्थानपर गुणन गुणनके स्थानपर भाग धनके स्थानपर ऋण और ऋणके स्थानपर धन करो वर्गके स्थानपर मूल और वर्गमूलके स्थानपर वर्ग करो। यदि किसी राशिका कोई भाग जोड़ना वा घटाना हो तव भिन्नमें यदि अंश कम हो तो अंशको हरमेंसे घटाकर हर समझो अंश वही रखो यदि अंश अधिक हो तो अंशको हरमें जोड़कर हर समझो।

उदाहरण—वह कौन राशि है जिसको ३ से गुणन करके उसमें उसीका $\frac{३}{४}$ जोड़कर ७ से भाग देने और लब्धि की तिहाई घटाकर ऋणका वर्ग करके उसमें ५२ घटाकर उसके मूलमें ८ जोड़कर १० से भाग देनेपर २ आता है?

न्यास—यहांपर	गुणक		३
	धन	गुणन फलका	$\frac{३}{४}$
	भाज्य		७
	ऋण	लब्धिका	$\frac{१}{३}$
	वर्ग		अंतर
	वर्गमेंसे ऋण		५२
	मूल		अंतर
	मूलमें धन		८
	भाज्य		१०
	फल		२ है

उपरोक्त रीतिसे यों सिद्ध किया.

२ × १० = २०

$२० - ८ = १२$

$१२^२ = १४४$

$१४४ + ५२ = १९६$

$\sqrt{१९६} = १४.$

अब १४ में राशिका $\frac{१}{३}$ जोड़ना है यहां अंश १ हर ३ से कम है इसलिये ऊपर कही हुई रीतिके अनुसार ३ मेंसे १ घटाया बचा २ सो हर हुआ और अंश वही १ रहा.

१४ का $\frac{१}{२} = ७$

$१४ + ७ = २१$

$२१ \times ७ = १४७.$

अब १४७ में से राशिका $\frac{३}{४}$ घटाना है यहां हर ४ अंश ३ से बड़ा है इसलिये जोड़ दिया हुये ७ यह हर है और अंश वही ३ रहा.

१४७ का $\frac{३}{७} = ६३$

$१४७ - ६३ = ८४$

$८४ \div ३ = \frac{८४}{३} = २८$ यही उत्तर हुआ.

उदाहरण २—वह कौन राशि है जिसमें २ जोड़ें योगमें ४ का भाग दें लब्धिमें उसका $\frac{१}{३}$ जोड़ें योगका वर्गमूल करके उसको ५ से गुणन करें गुणनफलमें उसका $\frac{२}{५}$ घटावें तो फल ६ हो?।

न्यास—यहां	धन	= २
	भाज्य	= ४
	धन	= लब्धिका $\frac{१}{३}$
	वर्गमूल	योगफल
	वर्गमूलका गुणका	= ५
	ऋण	= गुणनफलका $\frac{२}{५}$
	फल	= ६.

६ मे गुणनफलका $\frac{२}{५}$ जोड़ना है परंतु यहां अंश दो हर ५ से कम है इस लिये ५ में से २ घटाये रहे ३ यह हर हुआ और अंश वही २ रहा अब

६ का $\frac{२}{३} = ४$

६ + ४ = १०

१० ÷ ५ = २

$२^२$ = ४

अब ४ में से राशिका $\frac{१}{३}$ घटाना है ३ हर १ अंशसे बड़ा है जोड़ दिया हुये ४ इसको हर माना और अंश वही १ है = $\frac{१}{४}$.

४ का $\frac{१}{४}$ = १

४ − १ = ३

३ × ४ = १२

१२ − २ = १० यही अभीष्ट राशि है.

अभ्यास.

१. वह संख्या बतावो जिसके वर्गमूलमें ४ जोड़नेसे ११ होता है।

२. वह कौनसी राशि है जिसके $\frac{२}{३}$ में ४ जोड़ें और उसको ५ से गुणन करैं फिर गुणनफलका वर्गमूल लें तो फल १० हो?

३. एक पूर्णांक संख्या और ४ के गुणनफलमें ५ जोड़कर ७ से भाग देने और लब्धिमेंसे ८ घटानेसे ६ रह जाते हैं तो वह कौन संख्या है?

४. एक संख्याको जब हम ३ से गुणा करते हैं और उसमें ५ ज़ोड़ते हैं और जोड़नेसे जो कुछ आता है उसे ४ से भाग करते हैं और लब्धि जो कुछ मिलता है उसमें ३ जोड़कर जब घनमूल निकालते हैं तो फल २ मिलता है बतावो वह संख्या कौन है?

५. यदि एक संयुक्त भिन्नमें हम $\frac{२}{३}$ का भाग लगाते हैं लब्धिमें $\frac{१}{२}$ जोड़कर $\frac{५}{६}$ से गुणन करते हैं तो फल १० होता है तो वह कौन भिन्न है?

६. चार मनुष्योंने मिलकर एक व्यापार आरंभ किया एकने उसमें जितना धन लगाया है उसके दूनेसे २०० कम दूसरेका मूलधन है और दूसरेके मूलधनको यदि ४ से भाग देकर उसमें ५० जोड़ें और योगको ६ से गुणन करके उसका वर्गमूल लें और मूलमेंसे १० घटाकर शेषका वर्ग करैं तो तीसरेका मूलधन होता है और तीसरेके तिगुनेमेंसे १० का घन घटावें शेषमें ५० जोड़कर २ से गुणन करैं तो चौथेका मूलधन हो जाता है यह भी मालूम है कि चौथेका मूलधन ५०० रु० है बतावो प्रत्येकका मूलधन क्या है?

७. एक किसानने एक खेतमें धान बोये जो कुछ उसमें हुआ रक्खा दूसरे साल अच्छी कमाई करके बोया तो उसमें पहिले सालसे दूना हुआ तीसरे साल सूखा हो जाने की वजहसे दूसरे सालके आधेके वर्गमूल मन ही अन्न हुआ इससे उस किसानकी दशा बहुत विगड़ गई अब चौथे साल उसने खेतकी कमाईमें बड़ा परिश्रम किया खाद इत्यादिका प्रबंध अच्छा था इधर वर्षाभी अच्छी हुई तो उसमे ५०० मन धान हुआ यह तीसरे सालकी पैदावारके घनका आधा था बतावो पहिले साल कितना धान हुआ था ।

८. पाठशालाके दो विद्यार्थी जिनका नाम सहजराम और गणितविहारी था स्वच्छ वायु सेवनके लिये एक सड़कपर घूम रहे थे और विद्यासम्बंधी बातचीत करते जाते थे इतनेमें एक विद्वान यात्री उधरसे आ निकला थोड़ी देरतक इनकी बातें सुननेके उपरांत उसने पूंछा कि तुम दोनोंकी अवस्था क्या है सहजरामने कहा कि मैं १६ वर्षका हूँ और गणितविहारीने कहा कि पार साल जितनी मेरी उम्र थी यदि उस संख्याको २ से गुणन करके उसमें १ जोड़ा जावे और योगका वर्गमूल करके उसमें १ घटाया जावे और शेषके घनको ४ से भाग दें तो सहजरामकी उम्रका सूचक अंक प्राप्त होता है तुम आपही जानलो यात्रीने प्रसन्न होकर गणितविहारीको इनाम दिया बतावो गणितविहारीकी उम्र उस समय क्या थी?

९. एक राशिमें जब हम $\frac{2}{3}$ जोड़ते हैं और योगमेंसे $\frac{1}{6}$ निकालते हैं और शेषके दूनेका घन करते हैं और फलको $\frac{1}{4}$ से भाग देते हैं तो लब्धि ३२ होती है बतावो वह कौन राशि है?

१०. रुपियोंकी वह संख्या बतावो जिसमें ३५) सूदके जोड़कर ४ से भाग देकर लब्धिमेंसे ५ घटावें तो शेषफल २० का आधा हो ।

११. चपला नाम्नी एक मालिन फूल बेंच रही थी एक राजकुमारीने उसे बुलाकर पूंछा कि तेरे पास कौन २ और प्रत्येक कितने पुष्प हैं? उसने कहा कि मेरे पास कमलके इतने पुष्प हैं कि यदि उनका वर्ग करके उसको ५ से भाग दूं तो गुलाबके फूलोंकी संख्या आ जाती है यदि गुलाबकी संख्याका $\frac{3}{4}$ उसीमें जोड़कर ४ से गुणन करूं तो वेलाके फूलोंकी संख्या प्राप्त होती है

यदि वेलाकी संख्याको २ से गुणन करूं और उसमेंसे उसीका १/४ निकाल डालूं तो चमेलीके फूलोंकी संख्या होती है और चमेलीके फूलोंकी संख्याको ६ से गुणनकरके उसका वर्गमूल लें और लब्धिको २ से भाग दें तो मंदारके फूलोंकी संख्या हो जावे कुमारीने हंसते २ मंदारके फूल उठाकर गिने तो १५ ठहरे बतावो और फूलोंकी संख्या कितनी २ थी?

१२. कपोतराज चित्रग्रीवसे किसीने पूछा कि तुह्मारे साथ कितने कबूतर हैं उसने उत्तर दिया कि मेरे साथ इतने कबूतर हैं कि यदि उनकी संख्यामें उन्हींका १६/१२५ जोड़ा जावे उसका वर्गमूल लेकर उसमेंसे उसीका १/३ निकाला जावे शेषको २ से भाग देकर लब्धिका घनमूल किया जावे तो फल २ हो। बतावो कितने कबूतर हैं?

१३. किसी एक संख्याके घनमूलका वर्ग १०० से ३६ कम है तो वह संख्या कौन है?

१४. रुपियोंकी वह संख्या बतावो जिसके ३/५ में २ जोड़नेसे और योगफल १ घटाकर वर्गमूल लेने और मूलमें ३ का गुणन करके उसमें १ जोड़कर १/७ से भाग देनेपर फल ७ होता है?

१५. एक मनुष्यने मरतेसमय अपनी संपति चार बेटोंमें बराबर २ बाँट दी उनमेंसे सबसे बड़े लड़केने अपनी पाई हुई सम्पतिके पांचवें भागसे एक दूकान खोली उसमें उसको २००) का लाभ हुआ तब उसने यह सब धन लेकर गौवें मोल लीं, साल भरके पीछे वह गायें उनके बच्चोंसहित दूने दामपर विकगईं तब उसने उस धनके १/१४ को धर्मार्थ ५० कंगालोंको वरावर २ वांट- दिया कंगालोंने दो दो रुपिया पाया बतावो उस मनुष्यने मरतेसमय कितनी सम्पति छोड़ी थी?

उत्तर.

१. ४६. २. २४. ३. २५. ४. ५. ५. ७ २/३. ६. ३००), ४००), ४००), ५००). ७. १०० मन. ८. १३ वर्ष. ९. १/२. १०. २५). ११. कमल १० गुलाब २० बेला १०० चमेली १५० मंदार १५. १२. ५०० कबूतर. १३. ५१२. १४. १००). १५. १००००).

इष्टकर्म.

रीति—

उद्देशकालापवदिष्टराशिः क्षुण्णो हृतोंऽशै रहितो युतो वा ।
इष्टाहतं दृष्टमनेन भक्तं राशिर्भवेत्प्रोक्तमितीष्टराशिः ॥ १ ॥

(लीलावती).

अर्थ—किसी एक राशिको इष्ट मान लो और प्रश्नमें कहे अनुसार गुणा भाग इत्यादि सम्पूर्ण क्रियायें उस इष्टके साथ करो इस प्रकार जो फल प्राप्ति हो उससे इष्ट राशि तथा दृश्य (प्रश्नमें कहा हुआ फल) के गुणनफलको भाग दो लब्धि अभीष्ट राशि होगी ।

उदाहरण—वह कौनसी राशि है जिसको ५ से गुणन करैं उसमें से फलका $\frac{१}{३}$ घटावें शेषमें १० का भाग देकर उसमें उस राशिका $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{४}$ जोड़ैं तो ६८ हो?

न्यास—इष्ट राशि १ मानी (प्रायः १ ही मानते हैं).

१ को ५ से गुणन किया हुये

अब ५ मेंसे ५ का $\frac{१}{३}$ घटाना है

५ − ५ का $\frac{१}{३}$ = ५ का $\frac{२}{३}$ = $\frac{१०}{३}$

१० से भाग दिया= $\frac{१०}{३} \times \frac{१}{१०}$ = $\frac{१}{३}$ इसमें राशिका $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{४}$ जोडना है

राशिके अंश = १ का $\frac{१}{३} = \frac{१}{३}$, १ का $\frac{१}{२} = \frac{१}{२}$, १ का $\frac{१}{४} = \frac{१}{४}$ इन सबको जोड़ा

$$\frac{१}{३} + \frac{१}{३} + \frac{१}{२} + \frac{१}{४}$$
$$= \frac{१}{३} + \frac{३}{९} + \frac{३}{६} + \frac{३}{१२}$$
$$= \frac{३}{९} + \frac{३}{९} + \frac{६}{१८} + \frac{६}{३६}$$
$$= \frac{६}{१८} + \frac{६}{१८} + \frac{६}{१८} + \frac{१८}{७२}$$
$$= \frac{२४}{७२} + \frac{२४}{७२} + \frac{३६}{७२} + \frac{१८}{७२} = \frac{१०२}{७२} = \frac{१७}{१२}$$ फल हुआ

दृश्य ६८ है इसको इष्ट राशि १ से गुणा किया हुये ६८ इसको $\frac{१७}{१२}$ से भाग दिया ६८ ÷ $\frac{१७}{१२} = \frac{६८ \times १२}{१७}$ = ४८ यही अभीष्ट राशि है.

उदाहरण २.—एक पुजारीने अपने कमलोंमेंसे एक तिहाईसे शिवजीकी पांचवें भागसे विष्णुकी छठे भागसे सूर्य्यकी और चौथे भागसे पार्वतीकी पूजा की शेष ६ कमल बचे उनसे अपने गुरुके चरण पूजे बतावो सम्पूर्ण कमलोंकी संख्या क्या थी?

न्यास—यहां अंश $\frac{१}{३}, \frac{१}{५}, \frac{१}{६}, \frac{१}{४}$ और दृश्य ६ है इष्ट १ कल्पना किया अतएव

अंश = १ का $\frac{१}{३} = \frac{१}{३}$, १ का $\frac{१}{५} = \frac{१}{५}$, १ का $\frac{१}{६} = \frac{१}{६}$, १ का $\frac{१}{४} = \frac{१}{४}$ इन सबको जोड़ा तो हुये $\frac{५७}{६०} = \frac{१९}{२०}$ इसको १ मेंसे घटाया बचे $\frac{१}{२०}$ यह फल है.

अब दृश्य ६ को १ से गुणन किया हुये ६ इसको $\frac{१}{२०}$ से भाग दिया $६ \div \frac{१}{२०} = \frac{६ \times २०}{१} = १२०$ यही कमल पुष्पोंकी संख्या है.

उदाहरण—एक स्त्रीके मोतियोंके हार टूटने पर $\frac{१}{३}$ भाग भूमिमें गिर पड़ा और $\frac{१}{५}$ भाग बिछौनाके नीचे हो गया और $\frac{१}{६}$ भाग स्त्रीको मिल गया और $\frac{१}{१०}$ भाग उसके पतिको मिला बाक़ी ६ मोती सूत्रमें रह गये तो हे गणक! कहो उस हारमें कितने मोती थे—

न्यास—$\frac{१}{३}, \frac{१}{५}, \frac{१}{६}, \frac{१}{१०}$, दृश्य ६.

१ इष्ट कल्पना किया तो $\frac{१}{४}, \frac{१}{५}, \frac{१}{६}, \frac{१}{१०}$ जोड़नेपर शेष ६ रहे. भागोंको जोड़ा और जोड़नेके लिये समहर किया तो $\frac{१}{३} + \frac{१}{५} + \frac{१}{६} + \frac{१}{१०} = \frac{१}{३} + \frac{३}{१५} + \frac{३}{१८} + \frac{३}{१०} = \frac{५}{१५} + \frac{३}{१५} + \frac{१५}{९०} + \frac{१५}{१५०} = \frac{३०}{९०} + \frac{१८}{९०} + \frac{१५}{९०} + \frac{९०}{९००} = \frac{३००}{९००} + \frac{१८०}{९००} + \frac{१५०}{९००} + \frac{९०}{९००} = \frac{७२०}{९००}$.

शेष जाननेके लिये १ मेंसे जोड़को घटाया—

$१ - \frac{७२०}{९००} = \frac{९००}{९००} - \frac{७२०}{९००} = \frac{१८०}{९००}$.

इष्टांक १ से गुणित शेष ६ को इससे भाग दिया तो $१ \times ६ \div \frac{१८०}{९००} = \frac{६ \times ९००}{१८० \times १} = ३०$ मोती.

उदाहरण—एक भौंरोंके झुंडमेंसे $\frac{१}{६}$ पाटलवृक्ष पर गया, $\frac{१}{३}$ कदम्बपर गया, $\frac{१}{४}$ आमपर गया, $\frac{१}{५}$ चंपापर गया, सूर्यसे खिले कमलोंपर $\frac{१}{३०}$ गया तबभी एक भौंरा मत्त होकर घूमता रहा तो कहो कितने भौंरे थे?

न्यास—$\frac{१}{६}, \frac{१}{३}, \frac{१}{४}, \frac{१}{५}, \frac{१}{३०}$ शेष १.

१ इष्ट कल्पना किया–भागोंको जोड़ा समहर करके– $\frac{१}{६}+\frac{१}{३}+\frac{१}{४}+\frac{१}{५}+\frac{१}{३०}$
$=\frac{१०}{६०}+\frac{२०}{६०}+\frac{१५}{६०}+\frac{१२}{६०}+\frac{२}{६०}=\frac{५९}{६०}$.

इष्ट १ मेंसे घटाया $१-\frac{५९}{६०}=\frac{६०}{६०}-\frac{५९}{६०}=\frac{१}{६०}$.

इष्ट १ से गुणित शेष $१=१$ में शेष $\frac{१}{६०}$ का भाग दिया $\frac{१}{१}\div\frac{१}{६०}=$
$\frac{१}{१}\times\frac{६०}{१}=६०$ भौंरे थे.

शेष जातिका उदाहरण.

अपने धनका $\frac{१}{२}$ प्रयागमें दिया बाक़ीका $\frac{२}{९}$ काशीमें दिया, शेषका $\frac{१}{४}$ मार्गमें किराया दिया, शेष का $\frac{६}{१०}$ गयामें दान किया तो बाक़ी ६३ निष्क बचे, जो द्रव्य वह यात्री अपने घरसे लेकर चला था उसका प्रमाण कहो, यदि तुमने शेषजाति सुना है?

न्यास—$\frac{१}{२}, \frac{२}{९}, \frac{१}{४}, \frac{६}{१०}$ शेष ६३.

१ इष्ट माना—इसका $\frac{१}{२}=\frac{१}{२}$ प्रयागमें दिया.

$१-\frac{१}{२}=\frac{१}{२}$ शेष इसका $\frac{२}{९}=\frac{१}{२}\times\frac{२}{९}=\frac{१}{९}$ काशीमें दिया.

$\frac{१}{२}-\frac{१}{९}=\frac{९}{१८}-\frac{२}{१८}=\frac{७}{१८}$ इसका $\frac{१}{४}=\frac{७}{१८}\times\frac{१}{४}=\frac{७}{७२}$ मार्गव्यय.

$\frac{७}{१८}-\frac{७}{७२}=\frac{२८}{७२}-\frac{७}{७२}=\frac{२१}{७२}$ इसके $\frac{६}{१०}=\frac{२१}{७२}\times\frac{६}{१०}=\frac{७}{४०}$ गयादान.

भागोंको जोड़ा $\frac{१}{२}+\frac{१}{९}+\frac{७}{७२}+\frac{७}{४०}=\frac{३६०}{७२०}+\frac{८०}{७२०}+\frac{७०}{७२०}+\frac{१२६}{७२०}$
$=\frac{६३६}{७२०}$ इष्ट १ मेंसे घटाया $१-\frac{६३६}{७२०}=\frac{७२०}{७२०}-\frac{६३६}{७२०}=\frac{८४}{७२०}$.

इष्ट १ से गुणित शेष ६३ = ६३ में इस शेष $\frac{८४}{७२०}$ का भाग दिया.

$\frac{६३}{१}\div\frac{८४}{७२०}=\frac{६३}{१}\times\frac{७२०}{८४}=५४०$ निष्क.

यही भागापवाहसेभी सिद्ध होता है—यथा

$\frac{१}{२}\ \frac{(१०-६)\times१}{१०\times२}=\frac{४}{२०}$.

$\frac{२}{९}\ \frac{४\times(४-१)}{२०\times४}=\frac{१२}{८०}$

$\frac{१}{४}\ \frac{१२\times(९-२)}{८०\times९}=\frac{८४}{७२०}$ भागोंका जोड़; शेष क्रिया यथा ऊपर

$\frac{६}{१०}$ लिख चुके हैं.

दूसरी रीति—

छिद्धातभक्तेन लवोनहारघातेन भाज्यः प्रकटाख्यराशिः ।
राशिर्भवेच्छेषलवे तथेदं विलोमसूत्रादपि सिद्धिमेति ॥

अर्थ—अंशोंमेंसे घटाये हुये हरोंके घात (गुणन फल)में हरोंके गुणन-फलोंका भाग दो. और प्रकट कही राशिमें लब्धिका भाग दो. यही राशि होगी. यही विलोम रीतिसेभी सिद्ध होती है.

उदाहरण—एक पतिने अपनी स्त्रीको आभूषणार्थ मणि दिये. उनमेंसे उसने $\frac{१}{८}$ मस्तकपर धारण किये. शेष के $\frac{३}{७}$ गलेमें पहिरे. शेषके $\frac{१}{२}$ को बाहुओंमें धारण किया. शेषके $\frac{३}{४}$ को कमरपर पहरा शेष १६ बचे जो वेणीमें पहरे. कहो कितने मणि थे?

न्यास—$\frac{१}{८}$, $\frac{३}{७}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{३}{४}$ शेष १६.

हरोंमेंसे अपने २ अंशोंको घटाकर लिखा अंशोंकी जगह. तो हुये $\frac{७}{८}$, $\frac{४}{७}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{४}$ इनका गुणन किया तो $\frac{७}{८} \times \frac{४}{७} \times \frac{१}{२} \times \frac{१}{४} = \frac{१}{१६}$.

प्रकट राशि १६ में इसका भाग दिया तो हुये $\frac{१६}{१} \div \frac{१}{१६} = १६ \times १६ =$ २५६ मणि.

अथवा विलोम रीतिसे—

शेष १६
४ मेंसे ३ घटाया बचा १; $१६ \times \frac{३}{१} = ४८$ ... ४८
जोड़ा ... ६४
६४ का $\frac{१}{२} = \frac{३२}{१}$ ३२
जोड़ा ... ९६
७ से ३ घटाया = ४, $९६ \times \frac{४}{३} =$ १२८
जोड़ा ... २२४

८ से १ गया = ७
$२२४ \times \frac{१}{७} =$ ३२
जोड़ा ... २५६ मणि.

विश्लेष जातिका उदाहरण.

उदाहरण—एक भौंरोंके झुंडमेंसे $\frac{१}{५}$ कदंबपर गया, $\frac{१}{३}$ शिलीन्ध्रपर गया, दोनोंके अन्तरका ३ गुना कुटजपर गया बाकी १ भौंरा केतकी और मालती दोनोंका परिमल एकही समयमें पाकर इधर उधर घूमता रहा तो भौंरोंकी संख्या कहो.

न्यास—$\frac{१}{५}$, $\frac{१}{३}$ ३, १.

$\frac{१}{३} - \frac{१}{५} = \frac{२}{१५}$ इसका तिगुना $\frac{२}{१५} \times ३ = \frac{२}{५}$ कुटजपर गया.

सबको जोड़ा. $\frac{१}{५} + \frac{१}{३} + \frac{२}{५} = \frac{३+५+६}{१५} = \frac{१४}{१५}$.

शेष जाननेको १ से घटाया—$१ - \frac{१४}{१५} = \frac{१५-१४}{१५} = \frac{१}{१५}$ दृश्य एकको इष्ट १ से गुणा किया और $\frac{१}{१५}$ से भाग दिया $१ \times १ \div \frac{१}{१५} = \frac{१}{१} \times \frac{१}{१} \times \frac{१५}{१} = १५$ उत्तर.

अभ्यास.

१. वह कौनसी संख्या है जिसका $\frac{१}{३}$, $\frac{३}{८}$ और $\frac{१}{६}$ यदि उसीमेंसे निकालै तो केवल ३ बचता है?

२. वह कौन राशि है जिसके $\frac{१}{४}$ और $\frac{१}{६}$ का योग और अंतर मिलकर ५२ से १२ कम है?

३. एक संख्याको जब हम उसीके $\frac{२}{५}$ से गुणन करते हैं और गुणनको उस संख्या के $\frac{१}{३}$ से भाग देते हैं तो लब्धि ७२ होती है बतावो वह संख्या कौन है?

४. एक मनुष्य अपनी सम्पतिका $\frac{१}{१५}$ दान देकर अपने पास केवल ७००० रु॰ की सामग्री बचा सक्ता है बतावो उसकी सम्पूर्ण सम्पति कितने मूल्यकी थी?

५. देवेंद्रनाथ विद्यार्थीके पिता विवेकचंद्र चटर्जी जब मकर स्नानके लिये प्रयाग गये थे तब कुछ संख्याकी पुस्तकैं इस लिये लाये थे कि छोटे २ पढ़े लिखे बालकोंको बाटैं देवेंद्रने कहा कि थोड़ी हमको दीजिये अपने साथियोंको दूँगा पिताने प्रसन्न होकर सम्पूर्ण पुस्तकोंका $\frac{१}{८}$ भाग उसको दिया पाठशालामें जाकर देवेंद्रने अपने पासकी पुस्तकोंका $\frac{१}{८}$ धर्मदासको $\frac{१}{६}$ गोपाल.

चंद्रको $\frac{१}{४}$ रामशरणको $\frac{१}{४}$ हरिवल्लभनाथको और शेष जो ५ बचीं उनको नारायणचंद्र एक ब्राह्मणकुमारको देकर कहा कि एक एक तुम सब लेकर शेष और लड़कोंमें बांट देना बतावो विवेकचंद्र प्रयागसे कितनी पुस्तकैं लाये थे।

६. युद्धक्षेत्रमें एक राजाने अपने सम्पूर्ण बाणोंके दसवें भागसे एक रथीको आठवें भागसे एक गजारूढ़ योधाको नवें भागके दूनेसे एक अश्वारोही वीरको मारा और $\frac{१}{२}$ पदाति सेनापर चलाकर जब देखा कि मेरेपास केवल ३८ ही बाण और रह गये हैं तब खड्ग लेकर युद्ध करने लगा बतावो कितने बाण लेकर युद्ध करने आया था?

७. एक राजाके विहंगालयमें सम्पूर्ण पक्षियोंका पचीसवां भाग हंस $\frac{१}{२०}$ कोकिल $\frac{१}{१६}$ कपोत $\frac{१}{१२}$ शुक $\frac{१}{१०}$ मैना $\frac{१}{८}$ बतैं $\frac{१}{६}$ लाल $\frac{१}{४}$ बुलबुलैं थीं शेष २६४ में अन्य कई प्रकारके पक्षी थे बतावो सम्पूर्ण पक्षी कितने थे? और मैना तथा कोकिलोंकी संख्या क्या थी।

८. वृन्दावनमें गौवें चराते हुये एक गोपने किसी कारणसे श्रीकृष्णसे रूठकर अपनी गायें अलग करलीं और उनको वनके दूसरे भागमें चराने लगा श्रीकृष्ण छिपकर उसके समीप विलक्षण शब्दोंमें वंशी बजाकर लौट आये थोड़ी देरमें वही गोप एक गाय हांके हुये रोता हुआ श्रीकृष्णके पास आया और कहने लगा कि तुमने वंशी बजाकर हमारी गायोंका $\frac{१}{४}$ पहिली बारमें भगा दिया मैं उनके पीछे कुछ दूर दौड़कर गयाही था कि तुमने फिर बंशी बजाई सुनतेही मैं लौटा पर मेरे आनेके पहिलेही शेषका $\frac{२}{५}$ और कहीं भाग गईथीं मैं आयाही था कि फिर बंशी बजी मैंने बहुतेरा रोका पर जो रह गईथीं उनका $\frac{८}{९}$ भाग गई अब शेष गायोंको लिये मैं खड़ा था कि तुमने फिर वंशी बजाई सब भागीं मैं उनके पीछे दौड़ा थोड़ी दूर जाकर उसमेंकी $\frac{३}{४}$ गायें पीछे लौट पड़ी मैं कुचलते बचा एक यह रह गईथी उसको घेरकर लाया हूं इसकोभी तुम लेलो इतना कहकर रोता हुआ नंद बाबाके पास चल दिया बतावो उसकी गायोंकी संख्या क्या थी?

९. गंगाजीके एक घाटपर एकही समय उतरनेके लिये बहुतसे यात्री आये अधिकता देखकर सम्पूर्ण यात्रियोंका पांचवा भाग एक नावपर $\frac{१}{६}$ दूसरीपर $\frac{१}{८}$ तीसरीपर और $\frac{१}{३}$ एक बड़ी नावपर बिठाया शेष ४२ मनुष्य जगह न रहनेसे नहीं चढ़ाये गये बतावो कितने यात्री थे?

१०. एक मनुष्यने कुछ पैसे बांटे अपने पैसोंका $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{16}$ और $\frac{7}{20}$ क्रमसे मंगू, भिखारी और लब्भूको देकर शेष संतोषीको दे दिया यदि संतोषी ६ पैसे और पाता तो लब्भूका $\frac{5}{7}$ उसके पास हो जाता बतावो कितने पैसे बांटे गये?

११. जयपूरके राजकुमारने एक छड़ी रंगनेके लिये रंगसाजको देकर कहाकि इसमें ८ अंगुल जड़ाऊ काम इत्यादिके लिये ऊपर छोड़कर शेषका आठवां भाग लाल रंगसे $\frac{3}{64}$ वां कालेसे चौथा नारंगीसे फिर चौथा नीले रंगसे और आठ अंगुल पीले रंगसे रंगकर शेष ५ अंगुल सादीही छोड़ देना बतावो छड़ी कितनी लम्बी थी?

१२. शत्रुकी सेनासे घिरे हुये एक दुर्गके भीतर एक राजाने अपनी सेनाका पंचमांश एक फाटकपर छठवां भाग दूसरेपर अष्टमांश तुपकागारपर दशमांश कोष रक्षणार्थ और द्वादशांश अपनी रक्षाके लिये नियुक्त करके शेषको यह आज्ञा दी कि यदि दैवात् शत्रु किसी प्रकार भीतर आजावे तो तुम मारके विध्वंस करना। शत्रुने गुप्त चर भेजकर दुर्गमें अवस्थित सेना जाननी चाही दूतने लौटकर कहा कि महाराज और तो नहीं मालूम हुआ केवल इतना पता लगा है कि यदि हम लोग किसी प्रकार भीतर पहुँच जाँय उस समय हमसे सामना करनेके लिये जितनी सेना नियुक्त की है वह पहिले फाटककी सेनासे १५०० अधिक है बतावो उस दुर्गके भीतर कितनी सेना है?

१३. एक संख्या अपने अष्टमांश और नवमांशके अंतरके चौगुने आठ गुने और बारहगुनेके योगसे १६ अधिक है तो वह कौन संख्या है?

१४. हेगके न्यायालयमें ५ वर्षके बीचमें जितने अभियोग पेश हुये उनका $\frac{1}{5}$ इँगलैंडसे इँगलैंडकी संख्याका $\frac{3}{4}$ फ्रांससे फ्रांसकी संख्याका $\frac{1}{3}$ आष्ट्रियासे और शेष ३६ अन्य कई देशोंसे थे बतावो फ्रांससे कितने मुक़दमे पेश हुये?

१५. कन्वके आश्रममें एक दिन जितने पौधे सींचने थे उनका $\frac{5}{12}$ अनुसूया, $\frac{1}{3}$ प्रियम्वदा और शेष शकुंतलाने परस्पर बाँटकर सींचना प्रारंभ किया शकुंतलाने अभी अपने पौधोंके नवमांशसे ३ अधिक सींचे थे कि एक भौंरा उसके मुखपर मड़राने लगा उसने डरकर घड़ा रख दिया और उसे अंचलसे उड़ाने लगी वह उड़ गया तब इसने चतुर्थांशसे ८ कम और सींचे भौंरा फिर आया इस वार वह अधिक डरी उड़ानेसे वह फिर उड़गया तीसरी वार उसने

जल्दी की और आधेसे ११ अधिक सींचे थे कि भौंरा फिर आया और पहिलेसे अधिक ढिठाई की तब शकुंतला व्याकुल होकर बैठ गई और अंचलसे मुख ढांप लिया भौंरा उड़गया इतनेमें प्रियम्वदाने आकर पूंछा कि अब कितने पौधे शेष रह गये हैं उसने सब हाल कहकर कहा कि १४ अभी और हैं बतावो सब कितने थे ?

१. २४. २. ८०. ३. ६०. ४. ७५०० रु०. ५. १६२ पुस्तकें. ६. ७२० वाण. ७. २४०० पक्षी. १२० कोकिल और २२० मैना. ८. ८० गायें. ९. २४० यात्री. १०. १६० पैसे. ११. ६४ अंगुल. १२. १२०००. १३. २४. १४. ९ अभियोग. १५. ५७६ पौधे.

संक्रमण.

परिभाषा—दो राशियोंका योग और अंतर जानकर दोनों राशियोंके निकालनेको संक्रमण कहते हैं।

रीति १—

योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्द्धितस्तौ राशी स्मृतौ संक्रमणाख्यमेतत् ॥

(लीलावती).

अर्थ—दो राशियोंका योग और अंतर ज्ञात हो तो पहिले योगमेंसे अंतर घटाकर शेषका आधा करो तो एक राशि और योगमें अंतर जोड़कर आधा करो तो दूसरी राशि होगी।

उदाहरण—दो राशियोंका योग १०१ और अंतर २५ है तो वे दोनों राशि बतावो।

न्यास—$\frac{१०१-२५}{२} = \frac{७६}{२} = ३८$ यह एक राशि है।

$\frac{१०१+२५}{२} = \frac{१२६}{२} = ६३$ यह दूसरी राशि है।

रीति २—

वर्गांतरं राशिवियोगभक्तं योगस्ततः प्रोक्तवदेव राशी ॥

(लीलावती).

अर्थ—यदि दो राशियोंका अंतर और उन्हींका वर्गांतर ज्ञात हो तो

वर्गांतरको राशियोंके अंतरसे भाग दो लब्धि उन राशियोंका योग होगा फिर योग और अंतर जानकर उपरोक्त रीतिसे राशियां निकालो ।

उदाहरण—वे कौन दो राशियां हैं जिनका अंतर ८ और जिनके वर्गोंका अंतर ४०० है?

न्यास—४०० ÷ ८ = ५० यह दोनों राशियोंका योग है ।

$\frac{५०-८}{२} = \frac{४२}{२} =$ २१ यह एक राशि है और

$\frac{५०+८}{२} = \frac{५८}{२} =$ २९ यह दूसरी राशि है.

अभ्यास.

जिन दो राशियोंका योग और अंतर नीचे दिया हुआ है उन राशियोंको बतावो ।

१. योग ५५ अंतर २३. २. योग १२७ अंतर ३५.

३. योग $१\frac{३}{४}$ अंतर $\frac{५}{६}$.

४. दो रस्सियाँ जिनमें एक दूसरीसे ८ हाथ बड़ी है मिलकर ३६ हाथ होती हैं बतावो दोनोंकी लम्बाई अलग २ क्या है?

५. अबसे १० वर्ष पहिले किशोरी ललितासे १० वर्ष छोटी थी और अबसे २० वर्ष पीछे उनकी उमरोंका योग ८० वर्ष हो जायगा बतावो दोनोंकी अवस्था इस समय क्या है?

६. संवत् १९६९ विक्रमीमें अम्बाप्रसाद और शिवदत्तकी उम्रोंका योग ५६ वर्ष था परंतु अबसे २५ वर्ष पीछे उनकी उम्रोंका अंतर १६ वर्ष होगा यदि अम्बाप्रसाद बड़ा है तो शिवदत्तकी अवस्था सम्वत् १९८० वि० में क्या होगी?

७. दो संख्यावोंमेंसे जो परस्पर समान नहीं हैं छोटीको बड़ीके समान करनेमें २७ की कमी पड़ती है यदि दोनोंको जोड़कर आधा करते हैं तो इस कमीके दूनेसे $२\frac{१}{२}$ अधिक होता है बतावो दोनों संख्यायें कौन हैं?

८. प्रमोदचंद्र कायस्थ और कुबेरदत्त मारवाड़ी लोधेश्वर महादेवके मेलेको गये दोनोंके पास मिलाकर ८७ रु० थे मेलेमें दोनोंने बराबर खर्च किया तो प्रमोदचंद्रके पास कुछ शेष न रहा पर कुबेरदत्तके पास ११ रु० बचे बतावो दोनों कितना २ लेकर मेलेको गये थे?

९. दो राशियोंका अंतर ४९ और उनके वर्गका अंतर ५५३७ है तो दोनों राशियां कौन हैं?

१०. किसी दो संख्यावोंका अंतर ४३ है और उनके वर्गोंका अंतर ७०९९३ है तो दोनों संख्यायें बतावो।

११. कोई एक अज्ञात राशि एक दूसरी राशिसे ४७८ कम है परंतु उसका वर्ग उस दूसरी राशिके वर्गसे ९५१२२० कम है तो बतावो वह कौन राशि है?

१२. दो राशियोंका अंतर $१\frac{१९}{३०}$ और उनका वर्गांतर $९\frac{६७१}{९००}$ है दोनों राशि बतावो।

१३. $\dfrac{(९९९\frac{१}{९})^२ - (\frac{८}{९})^२}{९९९\frac{१}{९} \quad - \frac{८}{९}}$ का मान बतावो।

१४. दो संख्यावोंका अंतर ५७ का $\frac{२}{१९}$ है और उनके वर्गोंका अंतर $(\frac{३}{४} + \frac{५}{६}) - \frac{१}{१२}$ और $१०\frac{२}{३}$ के गुणनफलके वर्गसे ४६ कम है तो उन संख्यावोंको बतावो।

१५. यात्रियोंके दो समूहोंने एक देवमंदिरके जीर्णोद्धारमें इस प्रकार चंदा दिया कि प्रत्येक समूहके प्रत्येक यात्रीने इतनी चवन्नियां दीं जितने अपने समूहमें यात्री थे इस प्रकार उस समूहसे ८० रु० अधिक मिले जिसमें ८ मनुष्य अधिक थे बतावो प्रत्येक समूहमें कितने यात्री थे और कुल कितना चंदा इकट्ठा हुआ?

उत्तर.

१. ३६, १६. २. ८१, ४६. ३. $१\frac{७}{२४}$, $\frac{११}{२४}$. ४. १४ हाथ, २२ हाथ. ५. किशोर १५ वर्ष ललिता २५ वर्ष. ६. ३१ वर्ष. ७. ४३, ७०. ८. प्रमोदचंद्र ३८ रु० कुबेरदत्त ४६ रु० ९. ८१, ३२. १०. ८४७, ८०४. ११. ७५६, १२३४. १२. $३\frac{४}{५}$, $२\frac{१}{६}$. १३. १०००. १४. $२०\frac{१}{२}$, $१४\frac{१}{२}$. १५. १६, २४ यात्री थे, २०८ रु०.

वर्गकर्म.

रीति—

इष्टकृतिरष्टगुणिता व्येका दलिता विभाजितेष्टेन ।
एकः स्यादस्य कृतिर्दलिता सैका परो राशिः ॥ १ ॥
रूपं द्विगुणेऽष्टहृतं सेष्टं प्रथमोऽथवा परोरूपम् ।
कृतियुतिवियुती व्येके वर्गौ स्यातां ययो राश्योः ॥ २ ॥

अर्थ—इष्टका वर्ग करके ८ से गुणन करो और एक घटा दो शेषको आधा करो और इष्टका भाग दो, लब्धि एक राशि होगी. इसके वर्गको आधा करके १ जोड़ो तो दूसरी राशि होगी.

दूसरी रीति—द्विगुणित इष्टका रूप (१) में भाग दो और इष्ट जोड़ दो यही पहिली राशि है दूसरी राशि रूप (१) है । यह ऐसी राशि हैं जिनके वर्गके जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेपर फल पूर्णवर्ग होता है ।

उदाहरण—हे मित्र, जिन राशियोंके वर्गका अंतर और योग १ घटानेपर वर्ग होता है, वे राशियां जल्दी कहो । जिन राशियोंके कहनेमें बीजगणितके ६ प्रकारके गणित जाननेवालोंकोभी मूर्खकी तरह ताकना पड़ता है ।

प्रथम रीतिसे इष्ट माना १.

वर्ग किया $१ = १$.

८ से गुणन किया $१ \times ८ = ८$.

१ घटाया $८ - १ = ७$.

आधा किया $७ \times \frac{१}{२} = \frac{७}{२}$.

इष्टका भाग दिया $= \frac{\frac{७}{२}}{१} = \frac{७}{२}$ प्रथम राशि.

प्रथम राशिका वर्ग $\left(\frac{७}{२}\right)^{२} = \frac{४९}{४}$.

आधा किया $\frac{\frac{४९}{४}}{२} = \frac{४९}{८}$

१ जोड़ा $\frac{४९}{८} + १ = \frac{५७}{८}$ दूसरी राशि ।

इसी तरह और इष्ट माननेसे और २ उत्तर आवेंगे ।

दूसरी रीति— १ इष्ट माना

२ से गुणन किया $१ \times २ = २$

रूपमें भाग दिया $\frac{१}{२}$

इष्ट जोड़ा $= १ + \frac{१}{२} = \frac{३}{२}$ प्रथम राशि

१ दूसरी राशि.

इसी प्रकार और इष्ट माननेसे अन्य राशियां मिलैंगी।

तीसरी रीति—

इष्टस्य वर्गवर्गो घनश्च तावष्टसंगुणौ प्रथमः।
सैको राशी स्यातामेवं व्यक्तेऽथवाऽव्यक्ते॥

अर्थ—इष्टके वर्गका वर्ग और इष्टका घन करो दोनोंको ८ से गुणन करो. (पहिली अर्थात् वर्गके वर्गवाली) राशिमें १ जोड़ो यह पहिली राशि है दूसरी राशि (अर्थात् ८ गुणित इष्टका घन) दूसरी राशि है।

उदाहरण—१ इष्ट माना.

वर्ग किया $१^{२} = १$

वर्गका वर्ग $१^{२}$ १.

८ से गुणन किया $१ \times ८ = ८$

१ जोड़ा $= ८ + १ = ९$ पहिली राशि

१ का घन $१^{३} = १$

८ से गुणन किया $१ \times ८ = ८$ दूसरी राशि

इसीप्रकार और इष्ट माननेसे अन्य फल प्राप्त होंगे।

वर्ग कर्मके प्रश्न.

पहिली रीतिके प्रश्न.—

१. २ इष्ट मानकर ऐसी राशियाँ बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै?

२. ३ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमें १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै?

३. ४ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै ?

४. ५ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै ?

५. ६ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै ?

दूसरी रीतिके प्रश्न.—

६. २ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै दूसरी क्रियासे निकालो ?

७. ३ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै दूसरी रीतिसे करो ?

८. ४ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा पूरा वर्ग मिलै दूसरी रीतिसे करो ?

९. ५ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै दूसरी क्रियासे करो ?

१०. ६ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै दूसरी क्रियासे निकालो ?

तीसरी रीतिके प्रश्न.—

११. २ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै तीसरी क्रियासे करो ?

१२. ३ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै तीसरी क्रियासे निकालो ?

१३. ४ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै तीसरी क्रिया करो ?

१४. ५ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै तीसरी क्रियासे करो ?

१५. ६ इष्ट मानकर ऐसी राशियां बताओ कि उनके वर्गका जोड़ और अंतरमेंसे १ घटानेसे पूरा वर्ग मिलै तीसरी क्रियासे करो ?

उत्तर.

१. $\frac{३१}{४}$, $\frac{९९३}{३२}$. २. $\frac{७१}{६}$, $\frac{५११३}{७२}$. ३. $\frac{१२७}{८}$, $\frac{१६२५७}{१२८}$. ४. $\frac{१९९}{१०}$, $\frac{३९८०१}{२००}$. ५. $\frac{२८७}{१२}$, $\frac{८२६५७}{२८८}$. ६. $\frac{९}{४}$, १. ७. $\frac{१६}{९}$, १. ८. $\frac{३३}{८}$, १. ९. $\frac{५१}{१०}$, १. १०. $\frac{७३}{१२}$, १. ११. १२९, ६४. १२. ६४९, २१६. १३. २०४९, ५१२. १४. ५००१, १०००. १५. १०३६९, १७२८.

गुणकर्म.

परिभाषा—किसी राशिके मूलको किसी अंकसे गुणन करके उस राशिमें जोड़ने या घटानेसे व्यक्त अंक मिलै तो उस राशिके जाननेकी रीतिको गुण-कर्म कहते हैं जिस राशिसे मूल गुणन किया जाता है वह मूल गुणक कहलाता है. (सीताराम)

रीति—

गुणघ्नमूलोनयुतस्य राशेर्दृष्टस्य युक्तस्य गुणार्द्धकृत्या ।
मूलं गुणार्द्धेन युतं विहीनं वर्गीकृतं प्रष्टुरभीष्टराशिः ॥ १ ॥
यदा लवैश्चोनयुतः स राशिरेकेन भागोनयुतेन भक्त्वा ।
दृश्यं तथा मूलगुणं च ताभ्यां साध्यस्ततः प्रोक्तवदेव राशिः ॥२॥

अर्थ—मूल गुणकका आधा करो उस आधेका वर्ग करो उस वर्गमें व्यक्त अंक जोड़ो जोड़का वर्गमूल निकालो उसमें मूल गुणकका आधा जोड़ो या घटावो (जहां प्रश्नमें जोड़ है वहां घटावो जहां ऋण है वहां जोड़ो) जो आवे उसका वर्ग करो राशि सिद्ध होगी । यदि राशिमें उसीका अंश जोड़ा या घटाया गया हो तो अंशको १ में जोड़कर या १ मेंसे घटाकर दृश्य और मूल गुणकको भाग दो लब्धिको दृश्य और मूल गुणक मानकर उपरोक्त क्रिया करो ।

उदाहरण १—एक तालमें हंसोंका एक झुंड रहता था उनकी संख्याके मूलके आधेका सात गुना किनारेपर फिर रहाथा और एक जोड़ा दूसरे किनारे पर फिर रहाथा बतावो सब कितने हंस थे ?

न्यास—यहां मूल गुणक $\frac{७}{२}$ और दृश्य २ है।
$\frac{७}{२}$ का आधा किया हुये $\frac{७}{४}$
इसका वर्ग किया हुये $\frac{४९}{१६}$
इसमें दो जोड़े तो हुये $\frac{४९}{१६} + २ = \frac{४९+३२}{१६} = \frac{८१}{१६}$

इसका मूल निकाला हुये $\sqrt{\frac{८१}{१६}} = \frac{९}{४}$
इसमें मूल गुणक $\frac{७}{२}$ का आधा $\frac{७}{४}$ जोड़ा हुये $\frac{७}{४} + \frac{९}{४} = \frac{१६}{४} = ४$
४ का वर्ग किया हुये $४^२ = ४ \times ४ = १६$ यही हंसोंकी संख्या है.

उदाहरण २.—वह कौनसी राशि है जिसके मूलको ९ से गुणन करके उस राशिमें जोड़नेसे १२४० होते हैं ?

न्यास—यहां मूल गुणक ९ और व्यक्त अंक १२४० है
मूल गुणक ९ का आधा किया हुये $\frac{९}{२}$
$\frac{९}{२}$ का वर्ग किया हुये $(\frac{९}{२})^२ = \frac{८१}{४}$
इसमें व्यक्त अंक जोड़ा हुये $\frac{८१}{४} + १२४० = \frac{८१+४९६०}{४} = \frac{५०४१}{४}$

इसका मूल निकाला हुये $\sqrt{\frac{५०४१}{४}} = \frac{७१}{२}$

इसमेंसे मूल गुणकका आधा घटाया हुये $\frac{७१}{२} - \frac{९}{२} = \frac{६२}{२} = ३१$
इसका वर्ग किया हुये $(३१)^२ = ३१ \times ३१ = ९६१$ यही अभीष्ट राशि है.

उदाहरण ३.—हंसोंकी संख्याके मूलका दस गुना मानसरोवरमें चला गया आठवाँ भाग स्थलकमलके वनको गया तीन जोड़े पानीमें खेलते रहे बतावो कितने हंस थे ?

न्यास—यहां मूल गुणक १० अंश $\frac{१}{८}$ और दृश्य ६ है
अंश $\frac{१}{८}$ को १ मेंसे घटाया बचा $\frac{७}{८}$

मूल गुणक १० और दृश्य ६ को पृथक २ $\frac{७}{८}$ से भाग दिया लब्धि $\frac{८०}{७}$ और $\frac{४८}{७}$ क्रमसे मूल गुणक और दृश्य हुये।
अब उपरोक्त क्रियाके अनुसार
मूल गुणक $\frac{८०}{७}$ का आधा किया हुये $\frac{४०}{७}$

इस का वर्ग किया हुये $\frac{१६००}{४९}$

जोड़ा दृश्य $\frac{४८}{७}$ हुये $\frac{१६००}{४९} + \frac{४८}{७} = \frac{१६०० + ३३६}{४९} = \frac{१९३६}{४९}$

वर्गमूल किया हुये $\sqrt{\frac{१९३६}{४९}} = \frac{४४}{७}$

जोड़ा मूल गुणक $\frac{८०}{७}$ का आधा हुये $\frac{४४}{७} + \frac{४०}{७} = \frac{८४}{७} = १२$

इसका वर्ग किया हुये $(१२)^२ = १२ \times १२ = १४४$ इतनेही हंस थे.

उदाहरण ४.—युद्धमें कर्णके मारनेके लिये अर्जुनने जितने बाण चलाये उनके आधेसे कर्णके तीर काटे उनके मूलके चौगुनेसे उसके घोड़े मारे ६ तीरोंसे सारथी शल्यको मारा तीन बाणोंसे ध्वजा काटी एकसे कर्णका शिर काट डाला बतावो सब कितने तीर चलाये ?

न्यास—यहां मूल गुणक ४ अंश $\frac{१}{२}$ और दृश्य $(६ + ३ + १) = १०$ है.

$\frac{१}{२}$ को १ मेंसे घटाया बचा $\frac{१}{२}$

$\frac{१}{२}$ से ४ और १० को भाग दिया तो ८ मूल गुणक और २० दृश्य हुआ.

अब ८ का आधा किया	हुये ४
इसका वर्ग किया	हुये १६
जोड़ा २०	हुये ३६
मूल लिया	हुये ६

जोड़ा मूल गुणक ८ का आधा हुये $६ + ४ = १०$

वर्ग किया हुये $(१०)^२ = १००$ इतनेही बाण चलाये.

उदाहरण ५.—भौंरोंकी संख्याके आधेका मूल चमेलीके वृक्षपर उड़ गया वहीं उस संख्याका $\frac{८}{९}$ भी गया एक भँवरी रात्रिको कमलमें फंसे हुये एक भौंरेका गूजना सुनकर गूंजती रही बतावो कितने भौंरे थे ?

न्यास—यहां मूल गुणक $\frac{१}{२}$ दृश्य १ अंश $\frac{८}{९}$ है

१ मेंसे $\frac{८}{९}$ घटाया बचा $\frac{१}{९}$

इस $\frac{१}{९}$ से मूल गुणक $\frac{१}{२}$ और दृश्य १ को भाग देकर $\frac{१}{२} \div \frac{१}{९} = \frac{९}{२}$ नया मूल गुणक और $१ \div \frac{१}{९} = ९$ नया दृश्य प्राप्त किया.

अब मूल गुणक $\frac{९}{२}$ का आधा किया हुये $\frac{९}{२} \times \frac{१}{२} = \frac{९}{४}$

इसका वर्ग किया हुये $(\frac{९}{४})^२ = \frac{८१}{१६}$

इसमें जोड़ा दृश्य ९ हुये $\frac{८१}{१६} + ९ = \frac{८१+१४४}{१६} = \frac{२२५}{१६}$

वर्ग मूल लिया हुये $\sqrt{\frac{२२५}{१६}} = \frac{१५}{४}$

जोड़ा मूल गुणक $\frac{९}{२}$ का आधा हुये $\frac{१५}{४} + \frac{९}{४} = \frac{२४}{४} = ६$

इसका वर्ग किया हुये $(६)^२ = ३६$

इसका दूना किया हुये ७२ (क्योंकि राशिके आधेका मूल घटाया गया था).

उत्तर हुआ ७२ भौंरे.

उदाहरण ६.—वह कौनसी राशि है जिसके मूलको १८ से गुणन करके राशिमें जोड़ने और फिर उसमें राशिका $\frac{१}{३}$ जोड़नेसे १२०० होगा ?

न्यास—मूल गुणक १८ अंश $\frac{१}{३}$ और दृश्य १२०० है।

अंश $\frac{१}{३}$ में १ जोड़ा हुये $\frac{४}{३}$ इससे मूल गुणक १८ और दृश्य १२०० को भाग दिया तो क्रमसे $१८ \div \frac{४}{३} = \frac{५४}{४} = \frac{२७}{२}$ नया मूल गुणक और $१२०० \div \frac{४}{३} = \frac{३६००}{४} = ९००$ नया दृश्य आया।

$\frac{२७}{२}$ का आधा किया हुये $\frac{२७}{४}$

वर्ग किया हुये $(\frac{२७}{४})^२ = \frac{७२९}{१६}$

दृश्य ९०० जोड़ा हुये $\frac{७२९}{१६} + ९०० = \frac{७२९+१४४००}{१६} = \frac{१५१२९}{१६}$

इसका मूल किया हुये $\sqrt{\frac{१५१२९}{१६}} = \frac{१२३}{४}$

इसमेंसे मूल गुणकका आधा $\frac{२७}{४}$ घटाया हुये $\frac{१२३}{४} - \frac{२७}{४} = \frac{९६}{४} = २४$

वर्ग किया तो हुये $(२४)^२ = ५७६$ यही राशि है.

अभ्यास.

१. वह कौन संख्या है जिसके मूलमें उसका $\frac{१}{३}$ जोड़ै तो ६ हो ?

२. किसी मोतीकी लड़मेंसे उसके मूलका तिगुना टूटकर गिर गया जो रहा उसका आधा बेंच डाला शेष ६ दाने रह गये तो सब कितने थे ?

३. किसी मनुष्यके पास कुछ कबूतर थे उसने उनके मूलके $\frac{३}{५}$ अपने एक पाहुनेको दिये और सम्पूर्ण कबूतरोंके $\frac{३}{५}$ बेंच डाले ५ बिल्लीने खाये. शेष एक जोड़ा रहा बताओ सब कितने कबूतर थे.

४. किसी शालाके घोड़ोंकी संख्याके मूलके तिगुने मर गये और कुलका $\frac{१}{९}$ भाग इनाममें देदिया शेष २ घोड़े रह गये बताओ सब कितने घोड़े थे?

५. वह कौन राशि है जिसके मूलके दूनेमें उसे मिलावें तो ८ होता है?

६. सूर्य्यके चारों ओर जितने बड़े २ सितारे हैं उनके मूलके चौगुने बादल से छिप गये और $\frac{१}{७}$ चंद्रमाकी चालमें नहीं देख पड़े शेष १४ चक्कर लगाते रहे, तो सितारोंकी संख्या क्या है?

७. किसी सरोवरमें मछलियां तैर रही थीं कुलके मूलका तिगुना पानीके जीवोंने खालिया और $\frac{५}{६}$ धीमरने मारखाया ५ मालिकने पकड़वालीं बाक़ी ४ तैरती रहीं बतावो उस सरोवरमें सब कितनी मछलियां थीं?

८. किसी कोठीमें जिस क़दर रु० थे उनके मूलका १० गुना नौकरोंको वेतन दिया और $\frac{१}{१२}$ का कपड़ा मंगाया बाक़ी १२) रुपया रह गये तो कुल रुपये कितने थे?

९. किसी गृहस्थ साधुकेपास मूंगे के जितने दाने थे उनका $\frac{१}{३}$ भाग उसने अपने चेलोंको और मूलका ८ गुना स्त्री और लड़केको देदिया और ३० अपने लिये रक्खे तो कुल दानोंकी संख्या क्या थी?

१०. किसी समाजमें जितने आदमी थे उनके $\frac{२}{७}$ ने दूसरी समाज बनाई और मूलके ५ गुनेने तीसरी और ५० ने चौथी बनाई अब उस समाजमें केवल २० आदमी रह गये तो सब कितने आदमी थे?

११. एक फूलके वृक्षमें जितने पत्ते थे उसके $\frac{३}{४}$ पूजामें काम आये और मूलका आधा भाग गिरगया अब उस पेड़में केवल १२ पत्ते और हैं बतावो सब कितने पत्ते थे?

१२. किसी वृक्षपर जितने फल थे उनके मूलके तिहाई गिरगये $\frac{२}{५}$ पालके लिये रक्खे गये और १३ फक़ीरोंको देकर ११ वृक्षपर ही छोड़ दिये गये तो बतावो उस वृक्षमें सब कितने फल थे?

१३. वह कौन संख्या है जिसके $\frac{१}{५}$ में मूलका ५ गुना जोड़नेसे ३० होगा?

१४. वह कौन राशि है जिसमें उसका आधा और मूलका चौगुना जोड़नेसे १६० मिलैगा?

१५. जितनी घरोंकी संख्या किसी ग्राममें है उसके मूलमें १ जोड़कर

योगके १० गुनेमें घरोंकी संख्या जोड़नेसे २४१ होता है बताओ उस ग्राममें कितने घर हैं?

उत्तर.

१. ६. २. ३६. ३. २५. ४. १६. ५. ८ ६. ४६. ७. ८१. ८. १४४. ९. २२५. १०. १६६. ११. ६४. १२. ८१. १३. २५. १४. १००. १५. १२१.

त्रैराशिक.

रीति—

प्रमाणमिच्छा च समानजाती आद्यन्तयोः स्तः फलमन्यजातिः ।
मध्ये तदिच्छाहतमाद्यहृत्स्यादिच्छाफलं व्यस्तविधिर्विलोमे ॥ १ ॥

अर्थ—प्रमाण और इच्छा समान जाति होती हैं इनको आदि और अंतमें स्थापन करै और अन्य जातिको मध्यमें स्थापन करै फल अन्य जातिके समान होगा । उस अन्य जातिको इच्छासे गुणा करै और आदि अर्थात् प्रमाणसे भाग दे तो इच्छा फल प्राप्ति होगा । विलोम त्रैराशिकमें व्यस्त-विधि करै ।

उदाहरण १.—एक निष्कके $\frac{३}{७}$ को २$\frac{१}{२}$ पल कुंकुम मिलता है तो बतावो कि ६ निष्कका कितना पल कुंकुम मिलैगा?

न्यास—यहां $\frac{३}{७}$ प्रमाण और ६ इच्छा और २$\frac{१}{२}$ अन्य जाति है इष्ट संख्या अन्य जातिकी सजातीय राशि होगी । ऊपर लिखी रीतिके अनुसार राशियोंको इस प्रकार रक्खा.

$\frac{३}{७} : २\frac{१}{२} :: ६ :$ इष्ट.

$(२\frac{१}{२} \times ६) \div \frac{३}{७}$ — फिर अन्य जाति और इच्छाका गुणन करके फलको प्रमाणसे भाग दिया लब्धि उत्तर हुआ.

$= (\frac{५}{२} \times ६) \div \frac{३}{७}$

$= \frac{४५}{२} \div \frac{३}{७}$

$= \frac{\cancel{४५}^{१५}}{२} \times \frac{७}{\cancel{३}}$

$= \frac{१०५}{२}$

$= ५२\frac{१}{२}$ पल कुंकुम — यही इष्ट राशि है.

उदाहरण २.—६३ पल कपूरका दाम १०४ निष्क है तो १२$\frac{१}{४}$ पलका क्या दाम होगा ?

न्यास—यहां ६३ प्रमाण, १०४ अन्य जाति १२$\frac{१}{४}$ इच्छा है.

रीतिके अनुसार इच्छा और अन्य जातिके गुणनफलको प्रमाणसे भाग दिया लब्धि उत्तर मिला.

$$६३ : १०४ :: १२\frac{१}{४} : \text{इष्ट.}$$
$$(१०४ \times १२\frac{१}{४}) \div ६३$$
$$= (१०४ \times \frac{४९}{४}) \div ६३$$
$$= \frac{\overset{२६}{\cancel{१०४}} \times \overset{७}{\cancel{४९}}}{\underset{९}{\cancel{६३}} \times \cancel{४}}$$
$$= \frac{१८२}{९} = \text{२० निष्क ३ द्रम्म ८ पण ३ काकिणी } ११\frac{१}{९} \text{ कौड़ी यही इष्ट राशि है.}$$

उदाहरण ३.—२ द्रम्मके १$\frac{१}{८}$ खारी चांवल मिलते हैं तो ७० पणमें कितने चांवल मिलेंगे ?

न्यास—यहां २ द्रम्म प्रमाण ७० पण इच्छा और १$\frac{१}{८}$ खारी अन्य जाति है प्रमाण और इच्छा समान जाति नहीं अतएव समान जाति करनेके लिये २ द्रम्मके पण वनाये तो हुये १६ × २ = ३२ पण निम्न रूपसे रक्खा.

$$३२ : १\frac{१}{८} :: ७० : \text{इष्ट.}$$
$$(१\frac{१}{८} \times ७०) \div ३२$$
$$= (\frac{९}{८} \times ७०) \div ३२$$
$$= \frac{९ \times \overset{३५}{\cancel{७०}}}{\underset{४}{\cancel{८}} \times ३२} = \frac{३१५}{१२८} = \text{२ खारी ७ द्रोण १ आढ़क २ प्रस्थ.}$$

इच्छा और अन्य जातिके गुणनफलको प्रमाणसे भाग दिया फल उत्तर हुआ.

अभ्यास.

१. १० हाथ ऊंचे वृत्तकी छाया २५ हाथ है तो उसी समयमें १५० हाथ ऊंचे टीलेकी छाया कितनी होगी ?

२. ३ पैसेमें ८ आम मिलते हैं बतावो १२ पैसेमें कितने मिलेंगे ?

३. ५०) में १० घोड़े मोल ले सक्ते हैं तो ४०) में कितने ले सकेंगे ?

४. १६ गाड़ियोंका किराया ४०) रु० होता है बतावो ६ गाड़ियोंका भाड़ा चुकानेके लिये कितने रुपयोंकी आवश्यकता होगी?

५. ३० दर्जी एक दिनमें १५ कोट बनाते हैं बतावो ५० कोट बनानेके लिये कितने दर्जी चाहिये?

६. ६ पुरुष १८ बालकोंके बराबर काम करते हैं तो ५६ लड़कोंका काम कितने पुरुषोंके कामके बराबर होगा?

७. ९० दिनमें ३ महीने होते हैं बतावो ३६० दिनमें कितने महीने होंगे?

८. ५७६ मन आटा ७२ बैलोंपर जा सक्ता है तो १६० मन आटा लादनेके लिये कितने बैल चाहिये?

९. ११५२ रु० का आय कर (इन्कम् टैक्स) ६) है बतावो प्रति रुपया करका क्या नियम है?

१०. ४ बकरे ६४) में मिलते हैं तो ८० बकरोंके दाम क्या होंगे?

११. ३२) का अच्छा सोना १०० रत्ती मिलता है तो ४०॥) में कितना सोना मिलैगा?

१२. चार आनेमें ४८ कमल पुष्प मिलते हैं तो १=) में कितने फूल मिलैंगे?

१३. १६ घोड़े एक दिनमें एक मन ८ सेर दाना खाते हैं बतावो जब कि एक मन दानाके दाम २॥) हैं तो ३३६ घोड़ोंकी ख़ुराकमें एक दिनमें क्या खर्च होगा?

१४. ६२॥) में हम २५ बीघा भूमि बोवा सक्ते हैं यदि ३७ बीघा भूमि हमको मिल जाय तो उसकी बोवाईका व्यय कितना होगा?

१५. कानपूरसे ८ बजे दिनको चलकर एक डाकगाड़ी १०$\frac{1}{2}$ बजे ऐसे स्थानपर पहुंचती है जो कानपूरसे ६२$\frac{1}{2}$ मील है बतावो जो स्थान कानपूरसे ४०० मील दूर है वहां किस समय पहुंचेगी?

उत्तर.

१. ३७५ हाथ. २. ३२ आम. ३. ८ घोड़े. ४. १५ रु०.
५. १०० दर्जी. ६. २८ पुरुष. ७. १२ महीने. ८. २० बैल.

९. १ पाई. १०. १२८० रु०. ११. १२६$\frac{६}{१६}$ रत्ती. १२. २०४ फूल. १३. ६३ रु०. १४. ६२॥). १५. १२ बजे रात.

व्यस्त त्रैराशिक.

परिभाषा—

इच्छावृद्धौ फले ह्रासो ह्रासे वृद्धिः फलस्य तु ।
व्यस्तं त्रैराशिकं तत्र ज्ञेयं गणितकोविदैः ॥ १ ॥

अर्थ—जहां त्रैराशिकमें इच्छाके बढ़नेसे फल कम होता है तथा इच्छा कम होनेसे फल बढ़ता है वहां व्यस्त त्रैराशिक होता है ।

जीवानां वयसो मूल्ये तौल्ये वर्णस्य हेमनि ।
भागहारे च राशीनां व्यस्तं त्रैराशिकं भवेत् ॥ २ ॥

अर्थ—जीवोंकी अवस्थापर और सुवर्णकी वर्ण संख्या या तौलपर मूल्य निर्भर रहता है ऐसेही राशियोंके भाग देनेमें भी जानो यह व्यस्त त्रैराशिककी रीतिसे होते हैं ।

उदाहरण १.—१६ वर्षवाली दासीका मूल्य ३२) होता है बतावो २० वर्ष-वाली कितनेमें मिलैगी ?

न्यास—यहां प्रमाण १६ फल ३२ और इच्छा २० है ।

२० वर्ष वालीकी अपेक्षा १६ वर्षवाली दासी अधिक मूल्यपर मिलती है अतएव यहां इच्छा बढ़नेसे फल घटैगा इस लिये विलोम त्रैराशिक है इसके सिद्ध करनेमें प्रमाण और फल वा अन्य जातिके गुणनफलको इच्छासे भाग देना होगा ।

$\therefore \quad (१६ \times ३२) \div २०$

$= \dfrac{\overset{४}{\cancel{१६}} \times ३२}{\underset{५}{\cancel{२०}}}$

$= \dfrac{१२८}{५}$

$= २५\frac{३}{५}$ रु० यही इष्ट राशि है.

उदाहरण २.—दो वर्दी गाड़ीके एक बैलका मूल्य ४ निष्क है तो ६ बैलों-वाली गाड़ीके एक बैलका दाम क्या होगा ?

न्यास—दो बर्दी गाड़ीके बैलोंकी अपेक्षा ६ गर्दी गाड़ीके बैल निर्बल होनेसे कम दामके मिलते हैं अतएव यहां इच्छाके बढ़नेसे फल घटैगा इस लिये व्यस्त त्रैराशिकसे सिद्ध होगा।

प्रमाण २ फल ४ और इच्छा ६ है यहां प्रमाण और फलके गुणनफलको इच्छासे भाग देना होगा।

$$\therefore \quad (२ \times ४) \div ६$$

$$= \frac{२ \times ४}{६}$$

$$= \frac{४}{३}$$

$= १\frac{१}{३}$ निष्क यही इष्ट राशि है.

उदाहरण—३.—दश वर्णका सोना एक निष्कमें एक गद्याणक मिलता है तो पंद्रह वर्णवाला एक निष्कका कितना सोना मिलैगा?

न्यास—बढ़ती वर्णवाला सोना अधिक दामको मिलता है इसलिये सोना कम मिलैगा यहां इच्छा बढ़नेसे फल घटैगा इसलिये व्यस्त त्रैराशिकसे सिद्ध होगा।

प्रमाण १० फल १ इच्छा १५ प्रमाण और फलके गुणन फलको इच्छासे भाग देना होगा.

$$(१० \times १) \div १५$$

$$= \frac{१० \times १}{१५}$$

$= \frac{२}{३}$ गद्याणक यही इष्ट राशि है.

अब राशिके भाग करनेका उदाहरण—अन्नकी एक राशिको जब हम ७ आढ़क समानेवाले वर्तनसे नापते हैं तो १०० नाप होती हैं यदि उस राशिको ५ आढ़क समानेवाले पात्रसे नापैं तो कितनी नापैं होंगी?

न्यास—अंतकी नापवाले वर्तनमें कम अन्न समाता है इसलिये नापैं अधिक होंगी यहां इच्छा घटनेसे फल बढ़ैगा व्यस्त त्रैराशिक है.

प्रमाण ७ फल १०० इच्छा ५ प्रमाण और फलके गुणन फलको इच्छासे भाग देना होगा.

$$(७ \times १००) \div ५$$

$$= \frac{७ \times १००}{५}$$

= १४० नाप वा मान यही इष्ट राशि है.

अभ्यास.

१. कोई काम यदि प्रतिदिन ६ घड़ी किया जाय तो १० दिनमें पूरा होता है. यदि ८ घड़ी किया जाय तो कितने दिनोंमें समाप्त होगा ? ।

२. ३६) रु० किराया देनेमें हम ३२० मन माल ५४० मील लेजा सक्ते हैं बताओ उसी किरायेमें ८४० मन माल कितनी दूर लेजा सकैंगे ? ।

३. कुछ तेल यदि २८ दीपकोंमें जलाया जावे तो १२ दिनतक जलता है बताओ यदि वही तेल हम २१ दिनतक जलाया चाहैं तो कै दीपक रोज़ जलावें ? ।

४. ७२ घोड़े एक खेतकी घास २४ दिनमें चरलेते हैं तो १६ दिनमें सब घास चरजानेके लिये कितने घोड़े चराये जावें ? ।

५. श्रीधरने १२००) कमलाकांतसे लेकर १० महीनेतक अपने यहां रक्खे थे बतावो अब श्रीधर अपने ५००) कमलाकांतके यहां कितने दिन रहनेदे कि कोई किसीका कनौड़ा न रहै ?

६. एक रस्सी एक लट्ठेके गिर्द १८ वार लपेटनेमें पूरी होती है तो बताओ जो लट्ठा मोटाईमें पहिले लट्ठेका $\frac{3}{4}$ है उसके गिर्द लपेटनेमें कै वारके लिये होगी ? ।

७. ६० अंगुल चौड़ी दरी जितने रु० में ६ हाथ लंबी मिलती है उतनेही रु० में ३ हाथ चौड़ी कितनी लंबी मिलैगी ? ।

८. १ इक्का जो ४$\frac{1}{2}$ मील प्रति घंटे जाता है एक निर्दिष्ट स्थानपर १० घंटेमें पहुंचता है और एक दूसरा इक्का है जो प्रति घंटे ६ मील चलता है बताओ दूसरा इक्का कितनी देरमें उस स्थानपर पहुंचैगा ?

९. एक सेनाके आदमियोंके लिये एक सेर प्रतिदिनके हिसाबसे २० दिनकी खुराक थी शत्रुओंसे घिर जानेके कारण अब उनको एक मास कहींसे खुराककी सहायता न मिल सकैगी बताओ अब उन्है कितना २ प्रतिदिन खाना चाहिये ?

१०. ५ मनुष्य किसी कामको ४५ दिनमें बना लेते हैं बताओ यदि उसी कामको २० मनुष्य करैं तो कितने दिनमें समाप्त होगा ? ।

११. ५४ घोड़ोंसे एक खेत १६ दिनमें जोता जाता है बताओ यदि ८१ घोड़े लगाये जावें तो कितने दिनमें जोत लेंगे ? ।

१२. एक ठेकेदारने पौष कृष्ण प्रतिपदासे आरम्भ करके माघ कृष्ण ६ को तय्यार करनेके लिये एक देव मंदिरका ठेका लिया और ५४० आदमी कामपर नियत किये परन्तु पानी बर्षते रहनेके कारण कार्य्य आरम्भ होनेमें ६ दिनकी देर होगई बताओ कितने मनुष्य और बढाये जावें कि मंदिर ठीक समयपर तय्यार हो जावे ? ।

१३. १८ अक्षर जोड़नेवाले एक पुस्तकके अक्षर १२ घंटेमें जोड़ सकते हैं बताओ यदि ६ अक्षर जोड़नेवाले और बढ़ा दिये जावें तो कितनी देर पहिले कामकर लेंगे ? ।

१४. १२ बजेतक एक फुलवाड़ीके सम्पूर्ण वृक्ष सींच जानेके विचारसे ६ बजे पानीकी एक रहट चलाई गई ठीक उसी समय दो ढेकलीवालेभी उसी फुलवाड़ीमें पानी देने लगे बताओ अब किस समय फुलवाड़ीके सब वृक्षोंमें पानी पहुंच जायगा ? यह मालूम है कि एक निर्दिष्ट समयमें दोनों ढेकलियोंकी अपेक्षा रहटसे चौगुना पानी मिलता है ।

१५. १ पुरुष, २ स्त्रियाँ, ३ बालक एक समयमें समान काम करते हैं बताओ १२ पुरुष जिस कामको २२ दिनमें करते हैं उसको ८ स्त्रियाँ और १२ बालक मिलकर कितने दिनोंमें करेंगे ? ।

उत्तर.

१. ७$\frac{१}{२}$ दिन. २. २०५$\frac{५}{७}$ मील. ३. १६ दीपक. ४. १०८ घोड़े. ५. २४ महीने. ६. २४ वार. ७. ५ हाथ. ८. ७$\frac{१}{२}$ घंटा. ९. १०$\frac{२}{३}$ छटांक. १०. ११$\frac{१}{४}$ दिन. ११. १० $\frac{२}{३}$ दिन. १२. १८० आदमी. १३. ३ घंटे. १४. १० बजके ४८ मिनट. १५. ३३ दिन ।

पंचराशिक आदि.

रीति—

पंचसप्तनवराशिकादिकेऽन्योन्यपक्षनयनं फलच्छिदाम् ।
संविधाय बहुराशिजे विधे स्वल्पराशिवधभाजिते फलम् ॥

(लीलावती).

अर्थ—पांच, सात, नौ राशिक आदिमें फल और हरको एक दूसरेके पक्षमें ला करके बहुत राशियोंसे गुणा करै और थोड़ी राशियोंके गुणनफलसे भाग दे, लब्धि फल है।

रीति—दो वा अधिक त्रयराशिककी रीतिसे समान जातियोंको सोधो और उसी रीतिसे आदिवाली राशियोंसे भाग, मध्य-और-अंतवाली-राशियोंके गुणनफलको दो लब्धि फल होगा।

उदाहरण १.—हे गणक एक महीनेमें १००) का व्याज ५) हो तो १६) का १ वर्षमें क्या व्याज होगा?

मूलधन और व्याजसे काल कहो और काल और व्याजसे मूलधन बताओ.

पहिला त्रयराशिक—एक महीनेमें ५) तों १२ महीनेमें कितना? अधिक होगा।

ऊपरकी रीतिसे १२ और ५ के गुणनमें एकका भाग.

१	१२
	५

दूसरा त्रयराशिक—१०० का व्याजफल ५ है तो १६ का क्या होगा? कम होगा.

अतः १०० का भाग और १६ का गुणन होगा.

भागवाली राशि एक ओर गुणनवाली दूसरी ओर लिखो.

१	१२
१००	१६
	५

$$फल = \frac{१२ \times १६ \times ५}{१०० \times १} = \frac{४८}{५} = ९\frac{३}{५}.$$

दूसरे—मूलधन १६ और व्याज $\frac{४८}{५}$ है तो काल बतावो?

प्रथम त्रयराशिक—५ व्याज है एक महीनेका तो $\frac{४८}{५}$ कितनेका? अधिक.

∴ अधिकका गुणा कमका भाग, ५ का भाग और $\frac{४८}{५}$ का गुणा किया गुणनवाली एक ओर और भागवाली राशि दूसरी ओर लिखी.

दूसरा त्रयराशिक—१००) का व्याज एक मासका है तो १६) का कितने मासका?

अधिक मासका होगा ∴ अधिकसे गुणन और कमसे भाग दोनों त्रयराशिकोंसे यह रूप बना.

५	$\frac{४८}{५}$
१६	१००
	१

अतएव $फल = \frac{४८ \times १०० \times १}{५ \times ५ \times १६} = १२$

१२ महीना या १ वर्ष.

तीसरे—१२ महीना काल और व्याज $\frac{४८}{५}$ जानकर मूलधन बताओ?

पहिला त्रयराशिक—५ व्याजका मूलधन १०० है तो $\frac{४८}{५}$ का क्या होगा? अधिक.

दूसरा त्रयराशिक—१ महीना है तो मूल १०० है तो १२ महीनामें क्या है? कम.

त्रयराशिक रीतिसे १२ का भाग १ से गुणन होगा ∴ रीतिके अनुसार लिखनेमें:—

५	$\frac{४८}{५}$
१२	१००
	१

$$∴ फल = \frac{४८ \times १०० \times १}{५ \times ५ \times १२} = १६ \text{ रु०}$$

उदाहरण २.—हे मित्र $१\frac{१}{३}$ महीनेमें १००) का व्याज $५\frac{१}{५}$ होतो $३\frac{१}{५}$ महीनेमें $६२\frac{१}{२}$ का व्याज क्या होगा?

प्रथम त्रयराशिक—$१\frac{१}{३}$ महीनेमें $५\frac{१}{५}$ तो $३\frac{१}{५}$ में क्या?—अधिक.
∴ ऊपरकी रीतिसे $१\frac{१}{३}$ भाग और $३\frac{१}{५}$ से गुणन होगा.
द्वितीय त्रयराशिक—१००) का व्याज $५\frac{१}{५}$ तो $६२\frac{१}{२}$ का क्या?—कम.
∴ १०० का भाग और $६२\frac{१}{२}$ से गुणन होगा.

$१\frac{१}{३}$	$३\frac{१}{५}$
१००	$६२\frac{१}{२}$
	$५\frac{१}{५}$

$$फल = ३\frac{१}{५} \times ६२\frac{१}{२} \times ५\frac{१}{५} \div १\frac{१}{३} \div \frac{१००}{१} = \frac{३६}{५}$$

$$= ७\frac{४}{५} \text{ व्याज है.}$$

(सप्त राशिका उदाहरण) ३ हाथ चौड़े और ८ हाथ लंबे रूपमें विचित्र पटके दुपट्टे १००) में ८ मिलते हैं तो $३\frac{१}{२}$ हाथ लंबा $\frac{१}{२}$ हाथ चौड़ा दुपट्टा कितनेमें मिलैगा जल्द कहो हे वणिक यदि वाणिज्य जानते हो?

प्रथम त्रयराशिक—८ दुपट्टेका दाम १००) है तो एक दुपट्टेका क्या? कम होगा ८ का भाग १ का गुणन होगा.

द्वितीय त्रयराशिक—३ हाथ चौड़ेके दाम १००) हैं तो ३$\frac{१}{२}$ का क्या? अधिक होगा अतः ३ भाग ३$\frac{१}{२}$ का गुणन.

तृतीय त्रयराशिक—८ हाथ लंबेका दाम १००) है. तो $\frac{१}{२}$ लंबेका क्या? कम अतः ८ का भाग $\frac{१}{२}$ का गुणन

८	१
३	३$\frac{१}{२}$
८	$\frac{१}{२}$
	१००

$$\text{फल}—१ \times ३\frac{१}{२} \times \frac{१}{२} \times १०० \div ८ \div ३ \div ८$$
$$= १ \times \frac{७}{२} \times \frac{१}{२} \times १०० \times \frac{१}{८} \times \frac{१}{३} \times \frac{१}{८}$$
$$= \frac{१७५}{१९२}\ \text{रु.} = \frac{१७५}{१९२} \times \frac{१६}{१} = १४\frac{७}{१२}\ \text{आणे.}$$

नव राशिकका उदाहरण—जो १२ अंगुल मोटे और १६ अंगुल चौड़े १४ हाथ लम्बे पट्ट १००) में ३० मिलते हैं तो हिसाव कहो कि जो तीनों ओरसे चार २ अंगुल कम हों तो १४ पट्ट कितनेमें मिलैंगे?

प्रथम त्रयराशिक १२ अंगुल मोटीके दाम १००) निष्क तो ८ का दाम? कम अतः १२ का भाग.

द्वितीय०—१६ अंगुल चौड़ेका दाम १०० तो १२ अंगुल चौड़ेका क्या? कम १६ का भाग और १२ का गुणन.

तृतीय०—१४ हाथ लंबीका दाम १०० तो १० का क्या? कम १४ का भाग.

चतुर्थ०—३० का दाम १०० तो १४ का क्या? कम ३० का भाग।

१२	८
१६	१२
१४	१०
३०	१४
	१००

$$\text{फल} = \frac{८ \times १२ \times १० \times १४ \times १००}{१२ \times १६ \times १४ \times ३०} = \frac{५०}{३} = १६\frac{२}{३}\ \text{निष्क.}$$

एकादश राशिका उदाहरण—जिस प्रमाणके पट्ट ऊपरके लिखे प्रश्नमें पहिले कहे हैं दो कोशपर थे उनके लानेके लिये गाड़ियोंका भाड़ा ८ द्रम्म है और जो कम वादमें कहे हैं उनका भाड़ा क्या होगा यदि वह २२ कोशपर स्थित हैं?

ऊपरकी रीतिसे पंचमत्रयराशिक—२ कोशका भाड़ा ८ हुआ तो १२ कोशका क्या? ज्यादा २ का भाग.

१२	८
१६	१२
१४	१०
३०	१४
२	१२
	८

$$\text{फल} = \frac{८ \times १२ \times १० \times १४ \times १२ \times ८}{१२ \times १६ \times १४ \times ३० \times २} = ८ \text{ द्रम्म ।}$$

पंचराशिकके प्रश्न.

१. २४ मन असबाब ३) में १६ कोस पहुंचाया जा सक्ता है बताओ ८) भाड़ा देकर हम ४० मन असबाव कितनी दूर लेजा सकते हैं?

२. ३६ मनुष्य प्रतिदिन १० घड़ी काम करके एक कामको १२ दिनमें करलेते हैं यदि प्रतिदिन ८ घड़ी काम करनेवाले ४५ मनुष्य उसी कामपर लगाये जांय तो काम कै दिनमें पूरा होगा?

३. ३२ घोड़े ८ मन दाना १२ दिनमें खालेते हैं तो ८० घोड़ोंके १५ दिनतक खानेके लिये कितना दाना चाहिये?

४. एक नगरके ४२ विद्युत्द्वीपोंके जलानेमें जो प्रतिदिन १० घंटे जलाये जाते हैं ४७२॥) मासिक व्यय होता है. बताओ यदि ६ दीपक और बढ़ा दिये जांय और अब केवल ८ घंटे जलते रहैं तो व्यय कितना होगा?

५. २७ मनुष्य २८ बीघा खेत ६ घंटेमें निराते हैं बताओ यदि एक तिहाई मनुष्य कहीं चले जावें तो शेष मनुष्य ४२ बीघा खेत कितनी देरमें निरालेंगे?

६. एक घंटेमें ६ मील जानेवाला इका २५ मीलका भाड़ा १।) लेता है बताओ ४ मील प्रतिघंटे चालवाले इकेको २) भाड़ा देकर कितनी दूर ले जा सकते हैं?

७. २३१ हाथ लंबी भीति ४८ मनुष्य २२ दिनमें बनाते हैं यदि १६ मनुष्य कामपर लगाये जावें तो १६८ हाथ दीवार कितने दिनमें बनालेंगे?

८. शत्रुके आक्रमणसे एक दुर्गमें १५०० सैनिक घिर गये उनके खानेके लिये यदि १४ छटांक प्रतिदिन प्रत्येक मनुष्य खाता तो ३५ दिनका भोजन था बताओ यदि उनमें ५०० सैनिक और आजांय और उनको ४६ दिनतक घिरे रहना पड़े तो प्रतिदिन एक मनुष्य कितना खा सकता है ?

९. जब रूईका भाव २५) मन होता है तो ४५) में ६ मनुष्य कपड़ा बनवा सकते हैं बताओ जब रूईमें ११) मनकी बढ़ती होजावे तो १० मनुष्योंके कपड़ोंके लिये कितने रुपयोंकी आवश्यकता होगी ?

१०. एक कामको ५१ दिनमें पूरा करनेके लिये ८८ आदमी लगाये गये परन्तु ४० दिनके पीछे देखागया तो केवल $\frac{२}{३}$ काम हुआ था बताओ कितने आदमी और बढ़ाये जावें कि काम नियत समयमें ही पूरा हो जावे ? ।

११. यदि एक खाईको जो १५० बाँस लम्बी ७$\frac{१}{२}$ हाथ चौड़ी और ४$\frac{१}{२}$ हाथ गहरी है ८ घंटा रोज काम करके ४$\frac{१}{२}$ दिनमें ३० मनुष्य खोदते हैं तो बताओ १० घंटा काम करके २२५ बाँस लम्बी १० हाथ चौड़ी और ३ हाथ गहरी खाई ६ दिनमें कितने आदमी खोदेंगे.

१२. १४ मनुष्य ३५ बीघा खेत प्रतिदिन ८ घंटा काम करके ५ दिनमें गोड़ते हैं बताओ १४ घंटा प्रतिदिन काम करके ७ दिनमें ४६ बीघा खेत कितने मनुष्य गोड़ सकेंगे ?

१३. ३ मील लम्बी सड़क जो २० हाथ चौड़ी है २ हाथ ऊँची पटानी है यदि उसपर ३६० मनुष्य प्रतिदिन १० घंटा काम करनेवाले लगाये जाँय तो कितने दिनोंमें पट सकेगी जबकि ८८० गज़ लम्बी १५ हाथ चौड़ी और २$\frac{१}{२}$ हाथ ऊँची सड़क ५४० आदमी ७$\frac{१}{२}$ घंटा प्रतिदिन काम करके ५ दिनमें पाट लेते हैं.

उत्तर.

१. २५$\frac{३}{५}$ कोस. २. १२ दिन. ३. २५ मन. ४. ४३२ रु०.
५. २०$\frac{१}{४}$ घंटा. ६. ६० मील. ७. ४८ दिन. ८. ७$\frac{१}{२}$ छ०.
९. १०८ रु०. १०. ७२ आदमी. ११. २४ मनुष्य, १२. ८ आ०.
१३. ३६ दिन.

भांड प्रति भांड.

रीति—

तथैव भांडप्रतिभांडके विधिर्विपर्ययस्तत्र सदाहि मूल्ये ॥

अर्थ—वैसेही (पंच राशिकके समान) भांड प्रति भांडमें रीति की जाती है. मूल्यको सदा उलटा रखना ।

उदाहरण—

एक द्रम्ममें ३०० आम्र और १ पणमें ३० अनार मिलें तो १० आमोंके बदले कै अनार मिलैंगे ?

न्यास—१ द्रम्म अर्थात् १६ पणमें ३०० आम तो १ पणमें कितने ? कम मिलनेसे बड़े १६ का भाग रहा. १६ : १ : : ३०० इष्ट $\frac{३००}{१६}$

द्वितीय त्रै०—$\frac{३००}{१६}$ आमके बदले ३० अनार तो १० के बदले कितने ? कम होनेसे $\frac{३००}{१६}$ का भाग रहा.

$\frac{३००}{१६}$: ३० : : १० : इष्ट.

$\therefore$ इष्ट $= \frac{३० \times १० \times १६}{३००} = १६$

अथवा

$\therefore$ १६ पणमें ३०० आम $\therefore$ १ पणमें $\frac{३००}{१६}$ आम

और एक पणमें ३० अनार

$\therefore$ $\frac{३००}{१६}$ आमके दाम $\frac{३० \times १६}{३००}$ = अनारके दाम = १६ अनार

$\therefore$ उत्तर = १६ अनार.

अभ्यास.

१. एक गाय ८) की और भैंस १०) की मिलती है बताओ १५ गायोंके बदले हमको कितनी भैंसें मिलैंगी ?

२. रिसियाके एक बैलका दाम २७) है और खैरीगढ़का एक बैल ३६) को मिलता है बतावो रिसियाके ६८ बैलोंके बदले खैरीगढ़के कितने बैल पावैंगे ?

३. २ मन चांवलके वदले जो ≋) सेर बिकते हैं ।) सेर बिकनेवाली पीढ़ी कितनी मिलैगी ?

४. १) रु. में १६ सेव मिलते हैं और ≋) में १४४ छुहारे बतावो ५६ सेव देकर हम कितने छुहारे पावेंगे ?

५. एक पुस्तक बिक्रेता १०० प्रति शकुन्तला नाटक पानेके लिये मेघदूतकी कितनी प्रतियां दे जब कि ८ शकुन्तला १०) रु० की और १२ मेघदूत ७॥) की मिलती हैं ?

६. एक व्यापारीने ८० सपेदा आमोंसे मालदह और बम्बई आम वदले सपेदा मालदह और बम्बई आमोंका भाव क्रमसे ६।), ३=), ४॥≋) प्रति सैकड़ा है बताओ उसने यदि बम्बई आम ६६ लिये तो मालदह कितने पावेगा ?

७. कृष्णाचन्द्रके पास ३६ बीघा अच्छी उपजाऊ भूमि है जिसका कर २।) प्रति बीघा वार्षिक देना पड़ता है और गोपालदासके पास ४२ बीघा १॥≋) प्रति बीघा वार्षिक करवाली भूमि है । बताओ कृष्णाचन्द्र १८ बीघा भूमि देकर कितनी भूमि गोपालदाससे बदल सकता है ?

८. धर्मदास बनियांने १३५ गज़ मारकीनसे ३४ गज़ नैनसुख बदला मारकीन ४ आना और नैनसुख ।=)॥ गज़ बिकता है बताओ नक़द लेनदेन कितना हुआ होगा ?

९. एक मासिक पत्रके १६ अंक जिसका वार्षिक मूल्य ३॥।) है १ दूसरे पत्रके १२ अंकोंसे बदले गये तो ॥) और मिले बतावो दूसरे पत्रका वार्षिक मूल्य क्या है ?

१०. माधवके पास ६) में ४ मिलनेवाली केवड़ाकी बोतलें हैं और बसंतके पास ८) में ५ मिलनेवाली गुलावकी बोतलें हैं बताओ माधव कितनी केवड़ाकी बोतलें देकर १५ गुलावकी बोतलें पा सकता है ?

११. कस्कुटकी २१ थालियां २८) में मिलती हैं और फूलकी ११ थालियां २२) रु० में मिलती हैं बताओ ३६ कस्कुट थालियोंके बदले कितनी फूलकी थालियां मिलैंगीं ?

१२. नैपाल गंजके एक व्यापारीने २८ पीपे चिहुलीका तेल गोकुलशाहको इसलिये दिया कि गोकुलशाह उसको घी दे तेलका भाव ४॥) पीपा और घी १५॥। कुप्पा है बतावो कितने कुप्पे घी पावेगा ?

१३. २१ तोते ३६) में मिलते हैं और १५ मैना ३५) में बताओ ६८ तोतोंके बदले कितनी मैना मिलैंगीं ?

१४. बरेलीकी ५ कुर्सियां १२॥) में मिलती हैं और १ मेज ७॥) में बताओ ४८ कुर्सियोंके बदले कितनी मेजें मिलैंगीं ?

१५. एक व्यापारीने अपने ८१ ऊनकी लच्छियोंसे रेशमी लच्छियाँ बदलीं ऊनकी लच्छी ६।) प्रति सैकड़ा और रेशमी ७॥) की ६० मिलती हैं बताओ अधिकसे अधिक वह कितनी लच्छियां रेशमकी और कितना नगद लेले कि हिसाब साफ़ होजावे ?

उत्तर.

१. १२ भैंस. २. ५१ बैल. ३. एक मन २० सेर. ४. २६८८ छुहारे. ५. २०० प्रति. ६. आम. ७. २८ बीघा. ८. १६॥।≶) ९. ४॥) १०. १६ बोतलैं ११. २४ थालियां. १२. ८ कुप्पे. १३. ७२ मैना. १४. १६ कुर्सियां. १५. ६० लच्छियां और ≈).

मिश्रकव्योहार.

रीति १.—

"—प्रमाणकालेन हतं प्रमाणं विमिश्रकालेन हतं फलं च ।
स्वयोगभक्ते च पृथक्स्थिते ते मिश्राहते मूलकलान्तरे स्तः ।

अर्थ—प्रमाणकालसे प्रमाणधनको गुणन करो और मिश्रकालसे फलको गुणन करो दोनोंको अलग २ स्थानपर लिखो—दोनोंको मिश्रसे गुणन करो और गुणन फलोंको दोनोंके जोड़से भागदो तो मूल और व्याज मिलैंगे ।

यद्वेष्टकर्माख्यविधेस्तु मूलं, मिश्राच्च्युतं तच्च कलान्तरं स्यात् ।

दूसरी रीति—अथवा इष्टकर्ममें कही हुई विधिसे जो मूल निकले उसे मिश्रमेंसे घटानेसे जो बचै वह व्याज होगा.

उदाहरण १.—१००) का व्याज १ महीनामें ५) है और एक वर्षमें मूल व्याज सहित १०००) हुआ तो मूल धन कितना था और व्याज कितना था अलग २ कहो ?

प्रमाणधन १०० × प्रमाणकाल १ = १००

फल ५) × मिश्रकाल १२ = ६०

जोड़—१६०

१०० × मिश्रधन १००० = १०००००   मूलधन = $\frac{१०००००}{१६०}$ = ६२५

६० × ,, = ६००००   व्याज = $\frac{६००००}{१६०}$ = ३७५

दूसरी रीतिसे २.—

इष्ट माना १००

१०० का एक मासका व्याज ५ तो १२ मासका ६०

१०० में जोड़ा ६० = १६० मिश्रधन.

जब १६० मिश्रधन है तो मूलधन १०० है यदि मिश्रधन १००० है तो क्या ?

१६० : $\frac{१०००}{१००}$ = $\frac{१०००००}{१६०}$ = ६२५ मूलधन

१००० − ६२५ = ३७५ व्याज

दूसरे प्रकारका मिश्रक.

रीति—

अथ प्रमाणैर्गुणिताः स्वकाला व्यतीतकालघ्नफलोद्धृतास्ते ।
स्वयोगभक्ताश्च विमिश्रनिघ्नाः प्रयुक्तखण्डानि पृथक् भवन्ति ॥

(लीलावती).

प्रमाणसे अपने २ प्रमाणकालका गुणन करो और फलोंको बीते कालसे गुणनकरके पहिले गुणनफलमें भाग दो तो मिश्रसे गुणित और अपने योगसे भाग दी हुई लब्धियें मिश्रधनके अलग २ खंड होंगी ।

उदाहरण—यदि ५) ३) ४) सैकड़ाकी दरसे ६४) रु० ३ खंडमें दिये गये और ७, १० और ५ महीनामें बराबर होगये तो तीनों खंडोंकी संख्या कहो ?

का० फल

प्रमाणधन १०० × प्रमाणकाल १ = १०० १. ५ × ७ = ३५ = $\frac{१००}{३५}$

२. ३ × १० = ३० = $\frac{१००}{३०}$

३. ४ × ५ = २० = $\frac{१००}{२०}$

$$(१)+(२)+(३) = \frac{१००}{३५} + \frac{१००}{३०} + \frac{१००}{२०}$$

$$= \frac{१००(६००+७००+१०५०)}{३५×३०×२०} = \frac{१००×२३५०}{३५×३०×२०} = \frac{२३५०००}{२१०००}$$

$$१. \times \text{मिश्रधन} = \frac{१००×६४}{३५} = \frac{६४००}{३५}$$

$$२. \quad ,, \quad \frac{१००×६४}{३०} = \frac{६४००}{३०}$$

$$३. \quad ,, \quad \frac{१००×६४}{२०} = \frac{६४००}{२०}$$

$$\text{खंड. १.} = \frac{६४००}{३५} \div \frac{२३५०००}{२१०००} = \frac{६४००×२१०००}{३५×२३५०००} = २४$$

$$\text{खंड २.} \ \frac{६४००}{३०} \div \frac{२३५०००}{२१०००} = \frac{६४००}{३०} \times \frac{२१०००}{२३५०००} = २८$$

$$\text{खंड ३.} \ \frac{६४००}{२०} \div \frac{२३५०००}{२१०००} = \frac{६४००×२१०००}{२०×२३५०००} = ४२$$

दूसरी रीति—

प्रक्षेपका मिश्रहता विभक्ताः प्रक्षेपयोगेन पृथक् फलानि—

(लीलावती).

अर्थ—*प्रक्षेपकोंको मिश्र–धनसे गुणन करो फिर प्रक्षेपकोंके जोड़से गुणनफलको अलग २ भाग देनेपर अलग २ धन मिलैगा।

---

* कई मनुष्य इकट्ठे होकर अपने २ विभागसे व्यापारमें जो धन लगाते हैं उसे प्रक्षेपक कहते हैं।

उदाहरण—हे गणक ३ आदमियोंके पास धन ५१) ६८) ८५) है तीनोंने इकट्ठा होकर व्यापार किया तो मिश्रधन ३००) हुआ तीनोंका अलग २ लाभ कहो ?

५१ × ३०० = १५३००

६८ × ३०० = २०४००

८५ × ३०० = २५५००

५१ + ६८ + ८५ = २०४

७५ − ५१ = २४ लाभ

१०० − ६८ = ३२ लाभ

१२५ − ८५ = ४० लाभ

१५३०० / २०४ = ७५

२०४०० / २०४ = १००

२५५०० / २०४ = १२५

योग = ३००

अभ्यास.

१. ५ रु० व्याजके दरसे ६०० रु० का मूल क्या है जब मिती ४ वरसकी है ?

२. ५००) का असल ४००) है तो ५) सालाना सूदसे मिती क्या थी ?

३. ५ वरसमें २) रु० सै० सूदसे ३००) रु० के कितने रु० हो जावेंगे ?

४. ३ वर्षमें ४००) रुपयेका सूद १२०) है तो शरह सूद सालाना क्या है ?

५. ६१५) को १ एक घोड़ा ३ महीनेके उधारपर बिका अगर सूद १०) सालाना हो तो घोड़ेका नक़द दाम बतावो ?

६. एक चादर की कीमत ३६०) है वह ४) सैकड़ा सालानाकी दरसे ५ वर्षके उधारपर वेंची जावे तो क्या कीमत रखनी चाहिये ?

७. १६००) से २०००) किस शरह सूदसे ५ वर्षमें प्राप्त होंगे ?

८. मूल धनसे मिश्रधन दूना होगया तो व्याजकी शरह सालाना क्या थी अगर मिती २० वर्ष रक्खी जावे ?

९. २००) का दूना २ रु० सैकड़ाकी दरसे कितने दिनोंमें हों जायगा ?

१०. १८७ रु० को ३ खंड़ोंपर इस तरह बांटा कि पहिलेको १ महीनाके लिये ५) की दरसे दूसरेको १० माहतक ३ रु० सैकड़ा की दरसे तीसरेको ४ रु० की दरसे ५ महीनेतक काममें लाया तो फल बराबर हुये. बतावो प्रत्येक खंड़ क्या था ?

११. तीन साझी हैं जिनके पास १५३) २०४) २५५) हैं तीनोंने मिल कर व्यापार किया जिससे कुल ६००) होगये तो उनको कितना २ लाभ हुआ ?

१२. शक्कर ख़रीदनेमें ४) चीनी ख़रीदनेमें ५) सालानाकी दरसे लाभ होता है तो २ वरसमें ५००) रु० से क्या लाभ होगा ?

१३. एक कारख़ाना खुलनेपर सौ सौ रु० के शेयर अनन्तने ५, वर्साने ६, दामोदरने ६, नीलरत्नने १० लिये और बाक़ी नहीं बिके सालके आख़ीरमें धन ३१८०) होगया तो हरएकको क्या मिला ?

उत्तर.

१. ५००). २. ५ वर्ष. ३. ३३०). ४. १०). ५. ६००). ६. ४३२.) ७. ५). ८. ५. ९. ५० वर्ष. १०. १३२, २२, ३३. ११. ७२, ६६, १२०. १२. ४० रूपिया ५०). रुपया. १३. ३०), ३६), ५४), ६०).

वावली आदि भरनेकी रीति.

भजेच्छिदोंऽशैरथ तैर्विमिश्रै रूपं भजेत्स्यात् परिपूर्तिकालः

(लीलावती).

अर्थ—हरोंको अंशोंसे भाग देकर लब्धियोंको जोड़लो जोड़से १ को भाग दो वही पूरे होनेका काल होगा ।

उदाहरण—जो फुहारे अलग २ छोड़े हुये १ दिन $\frac{१}{२}$ दिन $\frac{१}{३}$ दिन $\frac{१}{६}$ दिनमें १ वावलीको भरते हैं यदि वह एकही समयमें छोड़े जावें तो कितनी देरमें भरेंगे जल्दी कहो ?

$\frac{१}{१}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{६}$ हरोंको अंशोंसे भाग देकर लिखा

$\frac{१}{१}$, $\frac{२}{१}$, $\frac{३}{१}$, $\frac{६}{१}$ जोड़ा हुये $\frac{१२}{१}$ – १ में भाग दिया $\frac{१}{१२}$ दिन

अभ्यास.

१. एक तालाव २ नालियोंसे $\frac{१}{४}$, $\frac{१}{५}$ दिनमें भर जाता है अगर दोनों साथही साथ खोल दी जावें तो कितनी देरमें तालाव भरैगा ?

२. दो नल एक साथही खोले गये जिनसे १ होज़ $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{३}$ घंटेमें ख़ाली होजाताथा अब बताओ कितनी देरमें ख़ाली होगा ?

३. $\frac{५}{६}$, $\frac{५}{८१}$ दिनमें १ कुआं दो नालियोंसे अलग २ भरता है तो एक साथ कितनी देरमें भरैगा ?

४. एक तालावमें ३ नल हैं अगर अलग २ खोले जावें तो तालाव $\frac{१}{१०}$, $\frac{१}{१५}$, $\frac{१}{२०}$ दिनमें ख़ाली होजाता है अगर साथही खोले जावें तो कितनी देरमें ख़ाली होगा ?

५. एक वावली भरनेके लिये दो मोरियां जिनसे अलग अलग $\frac{४}{५}$, $\frac{३}{५}$ दिनमें भरती है खोलीगई तो अब भरनेमें कितना समय लगैगा ?

६. एक तालाव एक मोरीसे ५ दिनमें भरता है और दूसरीसे ३ दिनमें ख़ाली हो जाता है अगर दोनों खोल दी जावें तो तालावके ख़ाली होनेका वक्त बताओ ?

७. १० दिनमें ख़ाली करनेके लिये २ नल साथही खोले गये यदि १ नलसे १५ दिनमें होज़ ख़ाली होताहो तो दूसरेसे कितनी देरमें ख़ाली होगा ?

८. एक तालावमें २ पंप एक साथ लगाये गये जो कि उसको अलग अलग १५ और २० घंटेमें ख़ाली कर सकते थे बताओ अब क्या वक्त लगैगा ?

९. किसी होज़में ३ नल लगाये गये २ से पानी आता और एक से जाता है भरनेवाले नलोंको ८, ६ घंटे लगते हैं और यदि पूरा हौज़ १२ घंटेमें भर जाता हो तो ख़ाली करनेवाले नलको खाली करनेमें क्या वक्त लगैगा ?

१०. $\frac{१}{५}$ हौज़ भर जानेपर दूसरा नल और खोलागया तो २५ घंटेमें पूरा हौज़ भर गया तो यह अकेला कितनी देरमें भरैगा. यदि पहिलेको २५ घंटे लग चुके हों ?

११. एक पहाड़के टूटनेसे १ बड़ा हौज़ बन गया है जिसमें पहाड़के झरनेसे इतना पानी गिर रहा है कि यदि खाली न किया जावे तो हौज़ २ दिनमें भरकर वह चले और सब नदियोंमें बाढ़लाकर देश वहा दे उसमें ३ पंप लगाये गये जो हौज़को ६, ८, १० दिनमें ख़ाली कर सक्ते हैं जब हौज़ $\frac{३}{४}$ भर गया तो १ पंप और लगाया तब पानीमें कुछ भी घटती बढ़ती न हुई तो चौथा पंप हौज़को कितने दिनमें खाली कर सक्ता है ?

उत्तर.

१. $\frac{१}{९}$ दिन. २. $\frac{१}{५}$ घंटा. ३. $\frac{५}{८७}$ दिन. ४. $\frac{१}{४५}$ दिन.
५. $\frac{१२}{३५}$ दिन. ६. ७$\frac{१}{२}$ दिन. ७. ३० दिन. ८. ८$\frac{४}{७}$ घंटा.
९. ६$\frac{६}{११}$ घंटा. १०. ४१$\frac{२}{३}$ दिन. ११. ९$\frac{३}{१३}$ दिन.

क्रयविक्रय.

पण्यैः स्वमूल्यानि भजेत्स्वभागैर्हत्वा तदैक्येन भजेच्च तानि,
भागांश्च मिश्रेण धनेन हत्वा मौल्यानि पण्यानि यथाक्रमं स्युः

अर्थ—अपने २ मूल्योंको भागोंसे गुणा करो और पण्यसे भागदो, और उनके जोड़से उनको भागदो. भागोंको मिश्रधनसे गुणाकरके जोड़से भाग देनेपर यथाक्रम मूल्य और पण्य होंगे.

उदाहरण—३$\frac{१}{२}$ मन चावलका और ८ मन मूंगके दाम १ द्रम्म हैं १३ काकिणी लेकर एक भाग मूंग और २ भाग चावल दो जल्दी दो हम खिचड़ी वनाना चाहते हैं हमारे साथी आगे निकलगये हैं कहो कि कितने चावल और कितने मूंग बनियेने दिये ?

पण्य	मूल्य	भाग	
$\frac{७}{२}$	$\frac{१}{१}$	$\frac{२}{१}$	मिश्रधन १३ काकिणी = $\frac{१३}{६४}$ द्रम्म.
$\frac{८}{१}$	$\frac{१}{१}$	$\frac{१}{१}$	

मूल्यको भागसे गुणन करो $\frac{२}{१}$ – $\frac{१}{१}$ – पण्यसे भाग दिया

$\frac{\frac{२}{१}}{\frac{७}{२}}$, $\frac{\frac{१}{१}}{\frac{८}{१}}$ = $\frac{४}{७}$, $\frac{१}{८}$ जोड़ा $\frac{३६}{५६}$

भागोंको मिश्रधनसे गुणा किया $\frac{१३}{३२}$, $\frac{१३}{६४}$

जोड़से भागदिया

$$\frac{\frac{१३}{३२}}{\frac{३६}{५६}},\quad \frac{\frac{१३}{६४}}{\frac{३६}{५६}} \text{ या } \frac{१३\times५६}{३२\times३६},\ \frac{१३\times५६}{६४\times३६} = \text{चावल मूंग } \frac{७}{१२},\ \frac{७}{२४} \text{ मन.}$$

लब्धियोंको मिश्रधनसे गुणाकिया—$\frac{५}{७}\times\frac{१३}{६४}$, $\frac{१}{८}\times\frac{१३}{६४}$.

जोड़से भागदिया—

$$\frac{५}{७}\times\frac{१३}{६४}\div\frac{३६}{५६}=\frac{५}{७}=\frac{१३}{६४}\times\frac{५६}{३६}=\frac{१}{६} \text{ द्रम्म चावलके दाम}$$

$$\frac{१}{८}\times\frac{१३}{६४}\div\frac{३६}{५६}=\frac{१}{८}\times\frac{१३}{६४}\times\frac{५६}{३६}=\frac{७}{१९२} \text{ द्रम्म दाम, मूंगके}$$

अन्य उदाहरण—हे वैश्यपुत्र, २ निष्कका १ पल कपूर $\frac{१}{८}$ द्रम्मका १ पल चन्दन $\frac{१}{८}$ द्रम्मका $\frac{१}{२}$ पल अगर मिलता है तो १ निष्कमें १ भाग कपूर १६ भाग चन्दन और ८ भाग अगर दो हमें धूप लेनेकी इच्छा है.

पण्य	भाग	मूल्य	मूल्य	
$\frac{१}{१}$	१	२ निष्क	$\frac{३२}{१}$ द्रम्म	
$\frac{१}{१}$	१६	$\frac{१}{८}$ द्रम्म	$\frac{१}{८}$,,	मिश्रधन $\frac{१६}{१}$ द्रम्म
$\frac{१}{२}$	८	$\frac{१}{८}$ द्रम्म	$\frac{१}{८}$,,	

$$\text{मूल्य}\times\text{भाग} = \left.\begin{matrix}\frac{३२}{१}\\ \frac{२}{१}\\ \frac{१}{१}\end{matrix}\right\}\text{ पण्यसे भागदिया } \left.\begin{matrix}\frac{३२}{१}\\ \frac{२}{१}\\ \frac{२}{१}\end{matrix}\right\}\text{जोड़ा} = \frac{३६}{१}.$$

मिश्रधनसे लब्धियोंको गुणन किया

$$= \left.\begin{matrix}\frac{५१२}{१}\\ \frac{३२}{१}\\ \frac{३२}{१}\end{matrix}\right\}\text{ जोड़से भागदिया } \frac{५१२}{३६},\ \frac{३२}{३६},\ \frac{३२}{३६}$$

$\frac{१२८}{९}$, $\frac{८}{९}$, $\frac{८}{९}$ पण्य

मिश्रधनसे भागोंको गुणनकिया

$$\left.\begin{matrix}१६\\ २५६\\ १२८\end{matrix}\right\}\text{ जोड़से भागदिया } \frac{१६}{३६},\ \frac{२५६}{३६},\ \frac{१२८}{३६}$$

$\frac{४}{९}-\frac{६४}{९}-\frac{३२}{९}$ दाम

अभ्यास.

१. एक रुपयेके १०० आम ४० नारंगी ६४ केले और ६० सेब आते हैं तो ३४७) में सब चीजें ऐसी दो कि १ भाग आम २ भाग नारंगी ४ भाग केला और १० भाग सेब हों। आज साहबकी रुखसती गारडन पार्टी है।

२. मारकीन ३ आने गज़ मलमल ।) गज़ और छालटीन ॥) गज़ विकती है १ कुर्तामें मलमलसे १२ गुनी मारकीन और $\frac{३}{४}$ छालटीन लगती है तो १०॥) का कपड़ा दो कुरते बनवाना है?

३. २ पैसेकी १ पेन्सल १ रुपयेकी ४ स्लेट १ पैसेकी ६ स्लेटपेन्सल और ४ आनेके २४ कागज़ विकते हैं. एक रुपये १) में ऐसे सब चीजें दो कि पेन्सलसे कागज़ ६ गुना, स्लेट $\frac{१}{२}$ और स्लेटपेन्सल १२ गुनी मिलैं?

४. १ पैसेकी ४ जलेबी २ पैसेका १ लड्डू १ रुपयेकी ६४ बर्फ़ी आती हैं और १ पैसेकी ४ अमिर्ती मिलती हैं तो १ रुपयेकी सब मिठाई इस प्रकार दो कि बर्फ़ीसे दुगुने लड्डू और ४ गुनी जलेबी और ८ गुनी अमिर्ती हों?

५. बेझड़में चनेसे दूना जौ और जौसे दूना गेहूं मिला है बेझड़ १ रुपयाका १४ सेर विकता है तो गेहूंका भाव बताओ जब चना २४ सेर और जौ १६ सेर विकता है?

६. चना और जौ बराबर और गेहूं $\frac{२}{३}$ मिलाकर बेझड़ बनाया चना १) का २२ सेर जौ २४ सेर और गेहूं १६ सेर विकता है तो बेझड़का भाव बताओ?

७. दूधका भाव १० सेर फी रुपया है सरकारी वेगारसे १ सेरका दाम ⁀) मिला तो कितना पानी मिलाकर वेचैं?

८. हर एक मनुष्यको जिसको ऽ॥। आटा दो उसको ऽ≈ दाल दो; आटा रुपयेका ८ सेर और दाल ६ सेर विकती है ६६ रुपयेमें सब आदमियोंको खिला दिया तो कितना आटा और कितनी दाल दी?

९. रुपयेका २ सेर शर्बत अनार, ॥) का १० छटांक शर्बत अंगूर ≈) का १ सेर बर्फ़) १) का १२ छटांक शर्बत अनन्नास ≈) का आध सेर अर्क़

सौंफ़ मिलता है सब इस प्रकार मिलाकर ।~) का दो कि शर्बत अनारसे आधा अंगूर $\frac{१}{१०}$ वर्क़ $\frac{३}{१०}$ अनन्नास और दूना अर्क़ सौंफ़ हो ।

१०. एक कविराजने यह मंजन बनाया कपूर १ भाग, फिटकिरी २ भाग, सोहागा २ भाग, खड़िया ४ भाग, कोयला ६ भाग, । यदि कपूर एक पैसेका १ तोला, फिटकिरी १ पैसेकी छटांक भर, सोहागा एक पैसेका दो तोला, खड़िया दो पैसेकी ४ छटांक मिलै और कोयलेका कुछ दाम न लगै तो बताइये १~)॥ में कितना मंजन बना? और यदि उस मंजनको)॥ छटांक बेंचा तो क्या लाभ हुआ?

उत्तर.

१. १२०० आम, ४८०० केला, २४०० नारंगी और १२००० सेब.

२. ४८ गज़ मारकीन, ४ गज़ मलमल, १ गज़ छालटीन.

३. ४ पेन्सिल, २ स्लेट, ४८ स्लेटपेन्सल, २४ कागज़.

४. ३२ जलेबी, १६ लड्डू, ८ वर्फ़ी, ६४ अमिर्ती.

५. १२ सेर. ६. २०$\frac{१२}{१७}$ सेर. ७. ६ छटांक.

८. आटा १६ मन ८ सेर दाल २ मन २८ सेर.

९. $\frac{५}{२९}$, $\frac{५}{५८}$, $\frac{१}{५८}$, $\frac{३}{५८}$ $\frac{१०}{२९}$. सेर

१०. क० २५ तो०, फि० ५० तोला, सु० ५० तोला, ख० १०० तो० को २२५ तो० कुल ५ सेर १० छटांक. लाभ १॥≡)॥

रत्न.

नरघ्नदानोनितरत्नशेषैरिष्टे हृते स्युः खलु मूल्यसङ्ख्याः ।
शेषैर्हृते शेषवधे पृथक्स्थैरभिन्नमूल्यान्यथवा भवन्ति ॥

मनुष्य (की संख्यासे) दानको गुणा करो. रत्नोंसे घटावो शेषोंसे इष्टको भाग दो लब्धि मूल्य संख्या होगी.

(२) शेषोंसे शेषोंके गुणनफलको भाग देनेसे जो लब्धि होगी अभिन्न मूल्य होंगे.

उदाहरण—जिन चार महाजनोंमेंसे एक महाजनके पास ८ माणिक थे दूसरेके पास १० नीलम तीसरेके पास १०० मोती और चौथेके पास ५ हीरे थे मार्गमें स्नेह हो जानेसे प्रत्येकने अपने धनसे एक २ रत्न अपने साथीको दिया तो सबका धन बराबर होगया तो अलग २ रत्नोंके दाम बतावो ?

महाजनोंकी संख्या ४ रत्नदान संख्या १—४ × १ = ४ रत्नोंमेंसे घटाया बचे ४, ६, ९६, १; इष्ट माना ९६ (जो सबका लघुतमसमापवर्तक है) तो २४, १६, १, ९६ ऐसा मूल्य हुआ (९६ को इष्ट माना कि दाम पूरे २ आजावें.)

नोट.—यदि ९६ का कोई गुणनफल इष्ट माना जावे तबभी फल यही होगा अर्थात् पूरे दाम आवेंगे इष्ट कोई संख्या मान सकते हैं.

दूसरी रीतिसे—यदि ४, ६ का भाग पूरा ९६ में न जाता तो मान लिया कि उनका समापवर्तक उनका घात ४ × ६ × ९६ × १ हुआ.

तो माणिकका दाम ६ × ९६ × १ = ५७६ हुआ.

नीलमका दाम ४ × ९६ × १ = ३८४ हुआ.

मोतीका दाम ४ × ६ × १ = २४ हुआ.

हीरेका दाम ४ × ६ × ९६ = २३०४ हुआ.

प्रश्न.

१. ३ जौहरी ४० पुखराज १४ हीरा और २०४ मोती लेकर चले रास्तेमें उन्होंनें दो २ रत्न एक दूसरेको दे दिये तो सबके पास बराबर धन होगया बताओ प्रति रत्नका मूल्य क्या है.

२. ७ काबुली इकट्ठा कलकत्ते चले एकके पास २२१ होल दिलके पत्थर दूसरेके ५२१ रामनामके रुपये तीसरेपर ५७१ हनुमानकी छापाके पैसे चौथेपर ३४६ चौखूंटे रुपये पांचवेंपर ४२ नक़ली अशर्फ़ी छठेपर ३६ कंदहारी अशर्फ़ी

और सातवेंपर ६३ अंग्रेजी अशर्फी थीं सबने रास्तेमें साझा किया और बराबर रुपया देनेके लिये तीन ३ सिक्के निकाल लिये तो हर एक सिक्केकी क़ीमत बताओ।

३. ४ जौहरी १४ हीरा २० नीलम ७२ पुखराज और २१२ मोती लेकर चले रास्तेमें ३ हर एकने दूसरेको दिये और धन बराबर होगया तो हर एक रत्नका दाम कहो.

४. समान धन देकर ५ हिस्सेसे दयनने एक दुकान खोली हर एकने दो २ रत्न औरोंको दिये यदि उनकेपास २५ मानिक ३० नीलम ४० हीरे ६० चुन्नी ७० जमरुद थे तो बताओ कितने धनसे दुकान खुली ?।

५. एक मनुष्यके पास ३० माणिक १७ हीरे ४३ नीलम और ६६ मोती थे उसने अपने ४ लड़कोंमें धन बांटकर एक २ प्रकारके रत्न हर एकको दिये यदि हर एक बाक़ी ३ की स्त्रियोंको एक २ रत्न देदे तो सब दम्पतियों पर बराबर धन होजावे तो हर एक रत्नके दाम कहो ?।

उत्तर.

१. पुखराज २२, हीरा ६६, मोती ४.

२. १५०१५ ६००६ ५४०६० २१८४ १४३००० २००२०० ७१५००

३. ३०० ७५ १० ३.

४. २० १५ १० ६ ५.

५. १५ ३० १० ६

सुवर्णगणित.

रीति—

सुवर्णवर्णाहतियोगराशौ स्वर्णैक्यभक्ते कनकैक्यवर्णः।
वर्णो भवेच्छोधितहेमभक्ते वर्णोद्धृते शोधितहेमसङ्ख्या ॥

अर्थ—सुवर्णोंको अपने २ वर्णोंसे गुणन करके गुणन फलोंको जोड़ दो. और सुवर्णोंको जोड़कर फलसे उसे भाग दो. लब्धि सब वर्णोंके सुवर्णोंके मिले

हुये सुवर्णका वर्ण होगा यदि सुवर्णका उस (गुणनफलोंके जोड़में) भाग दो तो वर्ण मालूम होगा और यदि वर्णका भाग दो तो सुवर्णकी संख्या ज्ञात होगी.

उदाहरण—१३, १२, ११, १० वर्णोंके भावके सोने क्रमसे १० माशे ४ माशे २ माशे और ४ माशे थे सबको मिलानेसे कै वर्णका सोना हुआ शीघ्र कहो यदि २० माशे उजालनेपर १६ रहें तो कहो कि क्या वर्ण हुआ और यदि शुद्ध करनेपर १६ वर्णका सोना हो जाय तो कहो कितने माशे रहगया? न्यास–सुवर्णोंको वर्णोंसे गुणन किया.

	सुवर्णोंको जोड़ा
१३ × १० = १३०	१०
१२ × ४ = ४८	४
११ × २ = २२	२
१० × ४ = ४०	४
जोड़ २४०	२० मा० सोना

भाग दिया २४० ÷ २० = १२ वर्ण

शुद्ध सुवर्ण १६ माशे रहे तो $\frac{२४०}{१६}$ = १५ वर्णका सोना हुआ

१६ वर्णसे भाग देनेपर $\frac{२४०}{१६}$ = १५ माशे सुवर्ण हुआ

रीति—(२)

स्वर्णैक्यनिघ्नाद्युतिजातवर्णात्सुवर्णतद्वर्णवधैक्यहीनात् ।
अज्ञातवर्णाग्निजसंख्ययाप्तमज्ञातवर्णस्य भवेत्प्रमाणम् ॥

अर्थ—सुवर्णोंके जोड़से युतजातवर्ण (सब सुवर्णोंको मिलाकर जो सोना हुआ है उसके वर्ण) से गुणा करो सुवर्णोंको अपने २ वर्णसे गुणाकरके इसमेंसे घटावो उसमें अज्ञात प्रमाण सोनेका भाग दो लब्धि अज्ञात सुवर्णके वर्ण होगा ।

उदाहरण—१०, ११ वर्णके सुवर्ण ८ माशे २ माशे हैं और अज्ञातवर्णका सोना ६ माशे हैं यदि सब मिलानेसे १२ वर्णका सोना हुआ तो उस अज्ञात सोनेका वर्ण बताओ.

क्रिया—८ + २ + ६ सुवर्णोंके जोड़ = १६ को युतजातवर्ण १२ से गुणा किया तो १६ × १२ = १९२

सुवर्णोंको अपने २ वर्णसे गुणा किया और जोड़ा १० × ८ + ११ × २ = ८० + २२ = १०२

घटाया—१९२ − १०२ = ९०

सुवर्णसे भाग दिया $\frac{९०}{६}$ = १५ वर्ण है ।

रीति—(३)

स्वर्णैक्यनिघ्नो युतिजातवर्णः स्वर्णघ्नवर्णैक्यवियोजितं च ।
अहेमवर्णाग्निजयोगवर्णा विश्लेषभक्तोऽविदिताग्निजं स्यात् ॥

अर्थ— सुवर्णोंके जोड़को युतिजातवर्ण (सब सुवर्णोंको मिलाकर जो सोना हुआ है उसके वर्ण) से गुणाकरो. सुवर्णोंको अपने २ वर्णसे गुणाकरके इसमेंसे घटावो. उसमें अज्ञात सोनेके वर्ण और युतिजातवर्णके घटानेसे जो फल आवे उसका भाग दो लब्धि अज्ञात सुवर्णकी तोल होगी ।

उदाहरण—१० और १४ वर्णके सुवर्ण ३ और १ मासा हैं इनमें १६ वर्णका कुछ सोना मिलानेसे १२ वर्णका सोना हुआ तो बताओ कि १६ वर्णका कितना सोना था ।

ज्ञातवर्णोंको सुवर्णसे गुणाकिया—१० × ३ = ३०

१४ × १ = १४.

जोड़ा हुये ४४

सुवर्णोंको जोड़ा हुये ३ + १ = ४ नये वर्णसे गुणन किया हुये

१२ × ४ = ४८

ज्ञातवर्ण और सुवर्णोंका गुणनफल घटाया ४८ − ४४ = ४ शेष रहे

अज्ञात सुवर्णके वर्णसे नयावर्ण घटाया १६ − १२ = ४

शेषको इससे भाग दिया $\frac{४}{४}$ = १ माशा ।

रीति—(४)

साध्येनोनोऽनल्पवर्णो विधेयः साध्यो वर्णः स्वल्पवर्णोनितश्च ।
इष्टक्षुण्णे शेषके स्वर्णमाने स्यातां स्वल्पानल्पयोर्वर्णयोस्ते ॥

अर्थ—युतिजातवर्णको बड़े वर्णमेंसे घटाओ और उसीमेंसे छोटे वर्णको घटाओ, एक इष्टसे शेषोंको गुणा करो तो छोटे बड़े वर्ण होंगे ।

उदाहरण—दो टुकड़े सोने १६ वर्ण और १० वर्णके थे मिलानेसे बारह १२ वर्ण हुआ तो बताओ कि वह दोनों कितने थे ।

१६ से १२ घटाये – शेष रहे ४
१२ से १० घटाये – शेष रहे २

*इष्ट एक माना दोनोंको गुणा किया हुये ४।२
और इष्ट माननेसे अन्य संख्या तोलकी प्राप्त होंगी.

प्रश्न.

१. १५, २०, ३० तोले सोना जो ६,५,१ वर्णका था मिलाया गया कहो कि मिले हुये सोनेका क्या वर्ण हुआ ?

२. ११, १३ माशे सोना एक और सोनेमें मिलाया गया तो मिला सोना १३ वर्णका हुआ यदि सोनेके वर्ण १२, १४, ११ हों तो तीसरे सोनेका प्रमाण कहो.

३. ११, ७, ६, ८ वर्णका ५, ३, २, ४ माशे सोना मिलाया तो मिले सोनेका क्या वर्ण हुआ ?

४. १४, १५, १०, १२ वर्णका सोना ८, ४, ३, ७ माशे मिलाया तो कै वर्णका सोना हुआ ?

५. १७, १६, २३, २५ माशे सोना १४, १२, १३, १७ वर्णका मिलानेसे १६ वर्णका हुआ तो कितना हुआ; और यदि ७६$\frac{1}{3}$ तोले सोना हुआ तौ कै वर्णका हुआ ?

---

* अन्य इष्ट माननेसे अन्य फल मिलैंगे ।

६. १२ और १३ वर्णका सोना ६ और ४ माशे हैं और १ अज्ञात वर्णका सोना १ माशा है मिलानेसे सब १२ वर्ण हुये तो अज्ञात वर्णका कितना सोना है?

७. १७ और १८ और १६ वर्णका सोना ४, ५, ४ माशे और एक अज्ञात वर्णका ५ माशे मिलाया तो १४ वर्ण हुये तो अज्ञातवर्ण सोनेका वर्ण कितना था?

८. हमने एक सुनारको अंगूठी बनानेको दी घरमें टूटा हुआ ३ माशे सोना पड़ा था जो मिलानेसे १२ वर्ण ठहरा तो १८ वर्णका कितना सोना उसमें मिलावें कि अंगूठी १६ वर्ण हो?

९. एक सुनारको १५ तोला १८ वर्णका सोना कड़े बनानेको दिया जब वह लाया तो कसनेपर १६ वर्णका ठहरा तो उसने १४ वर्णका कितना सोना मिला दिया?

१०. एक सुनारको बाली बनानेको दी ४ तोले सोना १६ वर्णका देकर कहा कि १८ वर्णका ४ तोले और मिला लेना जब सुनार लाया तो बाली १७ वर्णकी ठहरी तो कितना सोना १५ वर्णका उसने अपने पाससे वजाय १८ वर्णके मिलाया?

उत्तर.

१. $\frac{४४}{१३}$. २. १ मा० ३. ६. ४. १३. ५. ७४$\frac{३}{८}$ माशा, १५ वर्ण. ६. ८ माशा. ७. ६ ८. ६ माशा. ९. १५ तोला, १०. ४ तोला.

रीति—

एकाद्येकोत्तरा अंका व्यस्ता भाज्याः क्रमस्थितैः।
परः पूर्वेण संगुण्यस्तत्परस्तेन तेन च ॥ १॥
एकद्वित्र्यादिभेदाः स्युरिदं साधारणं स्मृतम्।
छंदश्चित्युत्तरे छंदस्युपयोगोऽस्य तद्विदाम् ॥ २॥

मूषावाहनभेदादौ खण्डमेरौ च शिल्पके।
वैद्यके रसभेदीये तन्नोक्तं विस्तृतेर्भयात्॥ ३॥

अर्थ—एकसे आगेके अंक एक २ बढ़ा कर उनको उलटा लिखो और उसके नीचे एक आदि क्रम करके अंक लिखो फिर नीचे वाले अंकोंको भाजक और ऊपरकी पंक्तिवालोंको भाज्य मान कर भाग दो. पहिली लब्धिको पहिला सिद्ध अंक समझो और पहिला भेद है अब इस लब्धिसे अगले अंक के भाज्य (अंश) को गुणा करके उसको हरसे भाग दो यह दुसरा भेद होगा यही क्रिया अंत तक करते जावो क्रम से भेद सिद्ध होंगे इन सब का और १ सर्व लघु का भेद जोड़ो फल सम्पूर्ण भेद होंगे।

उदाहरण—हे मित्र! गायत्रीके पादके प्रस्तारमें कितने भेद होंगे और १ आदि गुरुके कितने होंगे? अलग २ शीघ्र कहो।

व्यास—गायत्रीके प्रतिचरणमें ६ अक्षर होते हैं अतएव

$\frac{६}{१}$ $\frac{५}{२}$ $\frac{४}{३}$ $\frac{३}{४}$ $\frac{२}{५}$ $\frac{१}{६}$ ऐसा लिखा और भाग दिया यहां कोई सिद्ध अंक नहीं है इसलिये $\frac{६}{१}$ में हरका भाग दिया लब्धि ६ हुई इसे सिद्धमाना रीतिके अनुसार अगले अंक $\frac{५}{२}$ के भाज्य ५ को ६ से गुणन करके हर २ से भाग दिया तो हुये $\frac{५\times६}{२}=१५$ फिर अगले अंक $\frac{४}{३}$ के भाज्य ४ से १५ को गुणन करके हर ३ से भाग दिया आये $\frac{४\times१५}{३}=२०$ इसी प्रकार आगे क्रिया करनेसे $\frac{२०\times३}{४}=१५$, $\frac{१५\times२}{५}=६$, $\frac{६\times१}{६}=१$ इस प्रकार १ आदि गुरुके भेद क्रमसे ६, १५, २०, १५, ६, १ हुये

इन सबको जोड़ा हुये ६३ इसमें १ सर्वलघुका भेद मिलाया यही ६३ + १ = ६४ सम्पूर्ण भेद हुये।

इसी प्रकार चारो चरणोंके अक्षर लिखकर निकालनेसे १६७७७२१६ भेद होंगे यथा $\frac{२४}{१}$, $\frac{२३}{२}$, $\frac{२२}{३}$, $\frac{२१}{४}$, $\frac{२०}{५}$, $\frac{१९}{६}$, $\frac{१८}{७}$, $\frac{१७}{८}$, $\frac{१६}{९}$, $\frac{१५}{१०}$ $\frac{१४}{११}$, $\frac{१३}{१२}$, $\frac{१२}{१३}$, $\frac{११}{१४}$, $\frac{१०}{१५}$, , $\frac{९}{१६}$, $\frac{८}{१७}$ $\frac{७}{१८}$, $\frac{६}{१९}$, $\frac{५}{२०}$, $\frac{४}{२१}$, $\frac{३}{२२}$ $\frac{२}{२३}$, $\frac{१}{२४}$.

पहिले अंकमें अंश २४ को हर १ से भाग दिया हुये २४ उपरोक्त क्रिया करनेसे क्रमसे २४, २७६, २०२४, १०६२६, ४२५०४, १३४५९६, ३४६१०४, ७३५४७१, १३०७५०४, १९६१२५६, २४९६१४४, २७०४१५६, २४९६१४४, १९६१२५६, १३०७५०४, ७३५४७१, ३४६१०४, १३४५९६, ४२५०४, १०६२६, २०२४, २७६, २४, १, इन सब को जोड़ा और सर्व लघु का भेद १ जोड़ा तो सम्पूर्ण भेद १६७७७२१६ हुये. उदाहरण १—१, २, ३ आदि मूषावाहन के भेद हमसे कहो । जब एक राजाके चतुर मनुष्यके बनाये बड़े २ चौकके ८ मूषा हैं।

उदाहरण २—१, २, ३ आदिसे युक्त मधुर कटु कषाय अम्ल क्षार तिक्त छः रसोंसे एकही रसोईमें बनाये कितने व्यंजनभेद होंगे? हे गणक कहो।

न्यास—ऊपरकी रीतिसे $\frac{८}{१}, \frac{७}{२}, \frac{६}{३}, \frac{५}{४}, \frac{४}{५}, \frac{३}{६}, \frac{२}{७}, \frac{१}{८}, \frac{८}{१}, = ८$

$\frac{८ \times ७}{२}, = २८, \frac{२८ \times ६}{३}, = ५६\ \frac{५६ \times ५}{४} = ७०, \frac{७० \times ४}{५} = ५६, \frac{५६ \times ३}{६} = २८,$

$\frac{२८ \times २}{७} = ८, \frac{८ \times १}{८} = १$

जोड़ा ८ + २८ + ५६ + ७० + ५६ + २८ + ८ + १ = २५५ इसमें सर्व लघु का एक भेद जोड़ा हुये २५६ यह सब भेद होते हैं
दूसरे उदाहरण की प्रक्रिया पहिले उदाहरण की क्रिया में देखो

श्रेढी.

संकलित और उनका जोड़.

रीति—**सैकपदघ्नपदार्धमथैकाद्यङ्कयुतिः किल संकलिताख्या ॥**

अर्थ—यदि १, २, ३, ४ आदि संख्याको जोड़ना हो तो पदमें १ जोड़ कर पद के आधे से गुणन करो यही फल होगा यह संकलित कहलाता है। उदाहरण—हे गणक! १ से लेकर ९ तक अंकोंका संकलित अलग २ बताओ. और उन संकलितोंके जोड़को जल्दी कहो।

१ पद है तो जोड़ १—क्योंकि $(१+१)\times\frac{१}{२} = \frac{२\times१}{२} = १$

२ ,, ,, $\frac{(२+१)\times२}{२} = ३$

३ ,, ,, $\frac{(३+१)\times३}{२} = ६$

४ ,, ,, $\frac{(४+१)\times४}{२} = १०$

५ ,, ,, $\frac{(५+१)\times५}{२} = १५$

६ ,, ,, $\frac{(६+१)\times६}{२} = २१$

७ ,, ,, $\frac{(७+१)\times७}{२} = २८$

८ ,, ,, $\frac{(८+१)\times८}{२} = ३६$

९ ,, ,, $\frac{(९+१)\times९}{२} = ४५$

(संकलितों को जोड़ने की रीति)

रीति—

सा द्वियुतेन पदेन विनिघ्नी स्यात् त्रिहृता खलु संकलितैक्यम् ।

अर्थ—पद में दो जोड़ कर योग फल से संकलित को गुणा करो और ३ से भाग दो यही संकलितोंका जोड़ अर्थात् संकलितैक्य होगा ।

संकलित. १, ३, ६, १०, १५, २१, २८, ३६, ४५. इनका जोड़ निम्नलिखित हुआ.

१ पद है तो जोड़ = १

२ ,, ,, $\frac{३\times(२+२)}{३} = ४$ संकलितैक्य

३ ,, ,, $\frac{६\times(३+२)}{३} = १०$ १, ४, १०, २०, ३५, ५६, ८४, १२०, १६५

४ ,, ,, $\frac{१०\times(४+२)}{३} = २०$

५ ,, ,, $\frac{१५\times(५+२)}{३} = ३५$

६ ,, ,, $\frac{२१\times(६+२)}{३} = ५६$

७ ,, ,, $\frac{२८\times(७+२)}{३} = ८४$

८ ,, ,, $\frac{३६\times(८+२)}{३} = १२०$

९ ,, ,, $\frac{४५\times(९+२)}{३} = १६५$

एकआदि अंकों के वर्गों और घनों का जोड़

वर्गों का जोड.

रीति—

द्विघ्नपदं कुयुतं त्रिविभक्तं संकलितेन हतं कृतियोगः ।

अर्थ—पदको २ से गुणन करो, १ जोड़ो, ३ से भाग दो और संकलित से गुणन करो, यह वर्गों का योग होगा ।

उदाहरण—१ से ६ तक के अंकों के वर्गों का जोड़ और घनों का जोड़ बताओ ।

वर्गों का जोड़ अंक	१,	२,	३,	४,	५,	६,	७,	८,	९,
वर्ग	१,	४,	९,	१६,	२५,	३६,	४९,	६४,	८१.
संकलित	१,	३,	६,	१०,	१५,	२१,	२८,	३६,	४५.

१ पद है तो जोड़ = $\frac{१\times२+१}{३}\times१=\frac{३}{३}\times१=१$

२ ,, ,, = $\frac{२\times२+१}{३}\times३=\frac{५}{३}\times३=५$

३ ,, ,, = $\frac{३\times२+१}{३}\times६=\frac{७}{३}\times६=१४$

४ ,, ,, = $\frac{४\times२+१}{३}\times१०=\frac{९}{३}\times१०=३०$

५ ,, ,, = $\frac{५\times२+१}{३}\times१५=\frac{११}{३}\times१५=५५$

६ ,, ,, = $\frac{६\times२+१}{३}\times२१\times\frac{१३}{३}\times२१=९१$

७ ,, ,, = $\frac{७\times२+१}{३}\times२८\times\frac{१५}{३}\times२८=१४०$

८ ,, ,, = $\frac{८\times२+१}{३}\times३६\times\frac{१७}{३}\times३६=२०४$

९ ,, ,, = $\frac{९\times२+१}{३}\times४५=\frac{१९}{३}\times४५=२८५$

"घनोंका जोड़"

रीति—

संकलितस्य कृतेः सममेकाद्यङ्कघनैक्य-मुदीरित-माद्यैः ।

अर्थ—संकलित का वर्ग एक आदि अंकों के घनका योग पूर्वाचार्य्यों ने कहा है.

अंक—	१,	२,	३,	४,	५,	६,	७,	८,	९.
संकलित—	१,	३,	६,	१०,	१५,	२१,	२८,	३६,	४५.

घनैक्य—$१^२ = १$
$३^२ = ९$
$६^२ = ३६$
$१०^२ = १००$
$१५^२ = २२५$
$२१^२ = ४४१$
$२८^२ = ७८४$
$३६^२ = १२९६$
$४५^२ = २०२५$

यथोत्तर चयमें अन्त्यधन, मध्यधन और सर्वधन जानना.

जहां किसी अंकमें एकही अंक वार २ जोड़ा या घटाया जाता है उसे यथोत्तरचय कहते हैं. पहले धनको आदिधन, जो जोड़ा या घटाया जाता है वह चय, अन्त्य संख्याको अन्त्यधन और मध्य संख्याको मध्यधन कहते हैं.

रीति—

व्येकपदघ्नचयो मुखयुक् स्यादन्त्यधनं मुखयुग्दलितं तत्।
मध्यधनं पदसंगुणितं तत् सर्वधनं गणितं च तदुक्तम्—

अर्थ—१ घटाया हुआ पद और चयसे गुणा किया हुआ और मुखमें जोड़ा हुआ अन्त्यधन होता है. वह (अन्त्यधन) मुखमें जोड़ा हुआ आधा करनेसे मध्यधन होगा. मध्यधन पदसे गुणा किया हुआ सर्वधन होता है.

उदाहरण—हे मित्र! जिसने पहिले दिन ४ द्रम्म ब्राह्मणोंको दिये. फिर नित्य ५ द्रम्म बढ़ाकर १५ दिनतक देता रहा, तो कहो उसने कितने द्रम्म दिये.

न्यास—मुख ४ चय ५ पद १५.

पद १५ से १ घटाया बचे १४ चय ५ से गुणा किया $१४ \times ५ = ७०$ मुख ४ जोड़ा हुये $७० + ४ = ७४$ अन्त्यधन. इसमें मुख ४ जोड़ा हुये $७४ + ४ = ७८$ आधा किया बचे $\frac{७८}{२} = ३९$ मध्यधन. इसको पद १५ से गुणा किया $३९ \times १५ = ५८५$ सर्वधन.

उदाहरण २.—आदिधन ७ चय ५ गच्छ ८ है तो अन्त्यधन, मध्यधन और सर्वधनकी क्या संख्या हैं? पद ८ से १ घटाया $(८ - १ =)$ ७ बचे.

चय ५ से गुणा किया $७ \times ५ = ३५$ हुये मुख ७ जोड़ा तो अन्त्यधन ४२ है. इसमें मुख ७ जोड़ा तो $४२ + ७ = ४९$ हुये. आधा करनेसे मध्यधन $\frac{४९}{२}$ है और सर्वधन $\frac{४९}{२} \times$ (पद) $८ = १९६$ है.

आदि धन जानना.

रीति—

गच्छहृते गणिते वदनं स्याद् व्येकपदघ्नचयार्धविहीने ।

अर्थ—(सर्वधन) को पद से भाग दो. उसमें से १ घटे हुये पद और आधे चयका गुणन फल घटाओ.

उदाहरण—हे मित्र! सर्वधन १०५ पद ७ चय ३ है तो आदिधन कहो.

न्यास—सर्वधन १०५ को पद ७ से भागदिया $\frac{१०५}{७} = १५$ पद ७ से १ घटाया $७ - १ = ६$ चय ३ के आधे $\frac{३}{२}$ से गुणा किया $६ \times \frac{३}{२} = ९$ १५ से घटाया $१५ - ९ = ६$ आदिधन.

चय जाननेकी रीति.

रीति—

गच्छहृतं धनमादिविहीनं व्येकपदार्धविहीनं च चयः स्यात् ॥

अर्थ—सर्व धनको पदसे भाग दो. मुख घटाकर फलको पदसे १ घटाकर और शेषको आधा करके भाग दो. लब्धि चय है.

उदाहरण—

हे बुद्धिमान! जो राजा ८० योजनपर अपने वैरीको मारनेके लिये ७ रातमें वैरीके नगरमें पहुंचा. वह पहले दिन २ योजन चला तो बताओ कि वह राजा कितना रोज़ २ बढ़ाकर मार्ग चला, यह तुम कहो.

न्यास—आदि धन २ पद ७ सर्व धन ८० चय कहो.

सर्व धन ८० को पद ७ से भाग दिया $= \frac{८०}{७}$ मुख २ घटाया $= \frac{८०}{७} - २ = \frac{६६}{७}$ ७ पदमेंसे १ घटाया $= ६$ आधा किया $\frac{६}{२} = ३$. भाग देनेसे चय $= \frac{६६}{७} \div ३ = \frac{२२}{७}$.

पद जाननेकी रीति.

रीति—

श्रेढीफलादुत्तरलोचनघ्नाच्चयार्धवक्रान्तरवर्गयुक्तात् ।
मूलं मुखोनं चयखण्डयुक्तं चयोद्धृतं गच्छमुदाहरन्ति ॥

अर्थ—मुख से आधा चय घटाया. शेषका वर्ग किया. उसमें सर्व धन और द्विगुणित चयका गुणनफल जोड़ा. फलका मूल लिया. मूलमें से आदि धन घटाया और आधा चय जोड़ा. फलमें चयका भाग दिया. लब्धि गच्छ है.

उदाहरण—

जिसने ब्राह्मणोंको पहले दिन ३ द्रम्म दिये फिर २ द्रम्म दिये नित्य बढ़ाता गया तो उसने कितने दिनमें ३६० द्रम्म दिये. जल्दी कहो.

न्यास—मुख ३ चय २ सर्व धन ३६० पद कहो.

चय २ का आधा $= \frac{२}{२} = १$

मुख ३ से घटाया $= ३ - १ = २$

वर्ग किया $= २^{२} = ४$

सर्व धन ३६० को द्विगुणित चय २ अर्थात् ४ से गुणा किया.

$$३६० \times ४ = १४४०$$

जोड़ा $= १४४० + ४ = १४४४.$

वर्गमूल लिया $\sqrt{१४४४} = ३८$

मुख ३ घटाया $= ३८ - ३ = ३५$

चय २ का आधा $\frac{२}{२}$ $= १$ जोडा $= ३५ + १ = ३६$

चय २ से भाग दिया $= \frac{३६}{२} = १८$ दिन.

श्रेढीमें अगली राशि पिछलीकी कईगुनी हो तो सर्वधन जाननेकी रीति.

रीति—

विषमे गच्छे व्येके गुणकः स्थाप्यः समेऽर्धिते वर्गः ।
गच्छक्षयान्तमन्त्याद् व्यस्तं गुणवर्गजं फलं यत्तत् ॥
व्येकं व्येकगुणोद्धृतमादिगुणं स्याद्गुणोत्तरे गणितम् ।

अर्थ—पद विषम हो तो पदमें से १ घटाकर गुण लिखो और सम हो तो आधा करके वर्ग लिखो. इसी प्रकार करते जाओ जब तक पद शून्य हो फिर अंतके अंकसे जो उलटी गुणवर्ग क्रिया करनेसे फल हो उसमें से १ घटाओ, और चयमें से १ घटाकर शेष से भाग दो लब्धि को आदिधन से गुणन करनेपर सर्वधन होगा.

उदाहरण—

जिसने एक मंगते को पहले २ वराटक दिये फिर रोज़ पिछले दिनसे दूना दिया तो उसने महीने भरमें कितने निष्क दिये.

न्यास—मुख २ चय २ पद ३०.

पद ३० सम है तो आधा करके वर्ग लिखा. वर्ग—१५

१५ विषम है १ घटाकर गुण लिखा. गुण—१४

१४ सम है आधा करके वर्ग लिखा. वर्ग—७

७ विषम है १ घटाकर गुण लिखा. गुण—६

६ सम है आधा करके वर्ग लिखा. वर्ग—३

३ विषम है १ घटाकर गुण लिखा. गुण—२

२ सम है आधा करके वर्ग लिखा. वर्ग—१

१ विषम है १ घटाकर गुण लिखा. गुण—०

अब नीचेसे उलटी गुण वर्ग क्रिया की तो नीचेके गुणके सामने २ लिखा और यह वल्ली वनाई.

वर्ग—१० ७ ३ ७४ १८ २४

गुण—३ २ ७ ६ ८

वर्ग—१ ६ ३ ८ ४

गुण—१ २ ८

वर्ग—६ ४

गुण—८

वर्ग—४

गुण—२

१ घटाया—१०७३७४१८२३

चय २ से १ घटाया रहे १ भाग दिया

लब्धि १० ७३ ७४ १८ २३

आदिधन २ से गुणन किया = २१ ४७ ४८ ३६ ४६ वराटक = १० ४८ ५७ निष्क ६ द्रम्म ६ पण २ काकिणी ६ वराटक.

उदाहरण २.—हे सखा! जहां आदिधन २ प्रति दिन तिगुना बढ़ता है पद ७ दिन है तो सर्वधन क्या होगा कहो?।

न्यास—मुख २ चय ३ पद ७ पद विषम है १ घटाकर गुण लिखा गुण ६ फिर आधा करके वर्ग लिखा–वर्ग = ३ फिर विषम है १ घटाकर गुण लिखा २, गुण २ सम है आधा करके वर्ग लिखा–वर्ग १.

१ घटाकर लिखा गुण–०

तो यह वल्ली हुई

गुण—६
वर्ग—३
गुण—२
वर्ग—१
गुण—०

उलटी क्रिया करनेसे यह वल्ली हुई

गुण २१८७
वर्ग ७२९
गुण २७
वर्ग ९
गुण ३

चयमेंसे १ घटाया ३ – १ = २

२१८७ मेंसे १ घटाया फल २१८६

फल २१८६ को भाग दिया = १०९३

आदिधनसे गुणन किया १०९३ × २ = २१८६ सर्वधन

= २१८६ सर्वधन ।

छंदोंके वृत्त जाननेकी रीति.

पादाक्षरमिते गच्छे गुणवर्गफलं चये द्विगुणे ॥
समवृत्तानां संख्या तद्वर्गो वर्गवर्गश्च ॥ १ ॥

स्वस्वपदोनौ स्यातामर्धसमानां च विषमाणाम् ॥ २ ॥

अर्थ—पादमें जितनें अक्षर हैं उन्हें गच्छ मानो और द्विगुणित चयसे अन्यत्र कही हुई गुण वर्गकी रीतिसे जो फल मिलै वह सम वृत्तोंकी संख्या होती है उसके वर्गमेंसे सम वृत्तोंकी संख्या घटानेसे अर्ध वृत्तकी संख्या होगी और उस वर्ग फलके वर्गमेंसे उसको अर्थात् (वर्गफलको) घटानेसे विषम-वृत्तकी संख्या होगी।

उदाहरण—अनुष्टुप् छंदमें अर्ध सम, सम और विषम वृत्तोंकी संख्या अलग २ जल्दी बताओ।

अनुष्टुप् छंदमें ८ अक्षर होते हैं इसे पद मानकर ऊपर कही रीतिसे गुण वर्गकी वल्ली बनाई. तो यह हुई।

८ सम है आधा करके वर्ग लिखा—वर्ग-४—२५६
४ सम है आधा करके वर्ग लिखा—वर्ग-२—१६
२ सम है आधा करके वर्ग लिखा—वर्ग-१—४
१ विषम है १ घटाकर गुण लिखा—गुण-०—२
२ चय मानकर उलटी गुणवर्ग किया की तो फल २५६ हुआ. यही सम वृत्तोंकी संख्या है.

$(२५६)^2$ = ६५५३६ घटाया २५६ = ६५२८० अर्ध समवृत्त
$(६५५३६)^2$ = ४२९४९६७२९६ घटाया ६५५३६ = ४२९४९०१७६० विषम वृत्तकी संख्या.

प्रश्न.

१. १ से ५० तकका जोड़ कहो?

२. प्रश्न एकके अंकोंके वर्ग और घनोंका जोड़ कहो?

३. १ से ३२ तकका जोड़ उनके वर्गोंका जोड़ और घनोंका जोड़ कहो?

४. हमने सरकारके कागज़ देखे तो ज्ञात हुआ कि बम्बईमें पहिले हफ्तेमें ७०० मनुष्य प्लेगसे मरे प्रति सप्ताह १०० बढ़ते गये तो सालमें कितने मरे? (सालमें ४८ हफ्ते मानो).

५. एक नुमाइशमें पहिले दिन २ सौदागर आये प्रति दिन ४ बढ़ते गये तो १५ दिनमें कितने जमा होगये ?

६. हमारी आय पहिले वर्षमें १०) हुई और प्रति वर्ष बराबर बढ़कर १० वर्षमें १०००) होगई तो प्रति वर्ष कितनी बढ़ी ?

७. एक रेल स्टेशनसे २ घंटे लेट चली उसकी औसत चाल २४ मील फी घंटा थी मगर तेज़ करनेपर पहिले घंटेमें ३३ मील चली और २ मील फी घंटा चाल बढ़ती गई तो कितनी दूरमें अपना वक्त पूराकर लेगी ?

८. ११ मनुष्य शिव पूजनको गये पहिलेने २० पुष्प उनपर चढ़ाये और प्रत्येक मनुष्यने पहिलेसे द्विगुणित चढाये तो सब फूल शिवजीपर कितने चढ़े और छठवें मनुष्य तक कितने चढ़ाये गये ?

९. एक कबूतरोंके झुंडको एक वृक्षपर देखकर शिकारीने बंदूक़ चलाई तो २ गिरे और प्रति फेरमें पहिलेसे तिगुने गिरे तो ७ फेरतक कितने गिरे ?

१०. अशोकवाटिकामें हनुमानने १० रखवाले मारे २ ने जाकर रावणको ख़बर दी तो अकंपनके साथ २३ राक्षस आये ३ लौटे बाक़ी मारे गये तब अतिकाय ४५ लेकर आया ५ भागे और मारे गये तब अक्ष ८८ लाया ८ लौट गये और बाक़ी हनुमानने मार गिराये इसी प्रकार ८ लड़ाई हुई और प्रति लड़ाईमें पहिलेसे दूने राक्षस काम आये तो सब राक्षस हनुमानने कितने मारे ?

११. महाभारतका युद्ध १८ दिन हुआ. पहिले दिन १ अक्षौहिणीका संहार हुआ और प्रति दिन २ बढ़ती गई तो सब कितनी अक्षौहिणी दल मारा गया ?

१२. क़हतके एक कामपर पहिले दिन ७०० मनुष्यने काम किया और प्रति दिन २०० बढ़े तो २ महीनामें कितने मनुष्योंने काम किया ?

१३. १०००) मुद्रासे काम शुरु किया पहिले साल ६ फ़ीसदीका लाभ हुआ और प्रतिवर्ष २ फ़ीसदी बढ़ता गया तो १०० वर्षमें कितना धन होगया ?

१४. एक विद्यार्थीने पहिले दिन २ शब्द याद किये और प्रतिदिन पहिलेसे दूने याद किये तो मासके अंतपर उसे कितने शब्द याद होगये ?

१५. दोहेके पहिले तीसरे पादमें १३ और दूसरे चौथेमें ११ मात्रा होते हैं तो कुल समवृत्त अर्धवृत्त विषमवृत्त छंद जो उससे बन सकते हैं उनकी संख्या कहो ?

उत्तर.

१. १२७५. २. २१६७५, १६२५६२५. ३. ५२८, ११४४०, २७८७८४. ४. १४६४००. ५. ४५०. ६. २०). ७. ४. ८. ६५५३४०, १२६०. ९. २१८६, ८०. १०. १२७०. ११. ३२४. १२. ३६६०००. १३. ४०००. १४. २१४७४८३६४६. १५. दूसरे चौथे, २०४८, ४१६२२५६, १७५७५०१५१७६२८०; पहले तीसरे, ८१६२, ६७१००६७२, ४५०२५००११५७५०६१२.

परिशिष्ट.

अपवर्तन.

महत्तम समापवर्तक.

परिभाषा—बड़ीसे बड़ी संख्या जो दो वा अधिक संख्याओंको पूरी २ बांटदे उन संख्याओंका महत्तम समापवर्तक कहाती है । यथा १२ और १६ का महत्तम समापवर्तक ४ है ।

रीति—दो रीतियां है.

(१) जिन संख्याओंका महत्तम समापवर्तक निकालना हो पहिले उनके रूढ़ (रूढ़ वह संख्या होती है जो अपने और १ के अतिरिक्त किसी दूसरी पूर्णाङ्क संख्यासे पूरी २ नहीं बटती) गुणन खंड करो और अलग स्थापित करो पश्चात् जो २ संख्यायें उन सबमें सम्मिलित हों उनको अलग लिखो और उनका परस्पर गुणन करो गुणनफलही उन सब संख्याओंका महत्तम समापवर्तक होगा ।

(२) बड़ी संख्याको छोटी संख्यासे भाग दो जो शेष रहे उसे भाजक मानो और पहिले भाजकको भाज्य मानकर भाग दो अब जो शेष रहै उसे फिर भाजक मानो और पहिलेवाला शेष जिसे अभी भाजक मान चुके हैं भाज्य मानकर भाग दो इसी तरह करते जावो अंतका भाजक महत्तम समापवर्तक होगा । यह रीति सुगम है.

सूचना—यदि दोसे अधिक संख्यावोंका मह० समा० निकालना हो तो पहिले दोका निकालो फिर इस महत्तम और तीसरी संख्याका निकालो फिर इस महत्तम और चौथीका निकालो इत्यादि।

उदाहरण—७५, ३७५ और ६२५ का महत्तम समापवर्तक बतावो।

न्यास—पहिली रीतिसे

७५ के गुणनखंड = ३ × ५ × ५

३७५ ,, = ३ × ५ × ५ × ५

६२५ ,, = ५ × ५ × ५ × ५

यहां देखा तो पहिले ५ प्रत्येक संख्यामें शामिल है अतः ५ को अलग रक्खा फिर देखा तो एक ५ और सब संख्यावोंमें शामिल है ५, ५

अतः एक ५ और रक्खा अब देखनेसे मालूम हुआ

कि अब कोई ऐसी संख्या नहीं है जो सब संख्याओंमे शामिल हो अतः उन दोनो अर्थात् पांच और पांचका गुणान किया आये (५ × ५) = २५

यही तीनों राशियोंका महत्तम समापवर्तक है

दूसरी रीतिसे—पहिले ७५ और ३७५ का निकाला बड़ी संख्या ३७५ को छोटी ७५ से भाग दिया यहां कुछ शेष न रहनेसे ७५ ही म० स० निकला.

अब रीतिके अनुसार ७५) ३७५ (५

३७५

०

महत्तम ७५ और तीसरी राशि ६२५ का निकालना है

अतएव बड़ी संख्या ६२५ को ७५ से भाग दिया शेष रहे २५ इसको नया भाजक माना और ७५ को नया भाज्य मानकर भाग दिया तो पूरे बँट गये.

७५) ६२५ (८

६००

२५) ७५ (३

७५

×

अतएव अंतिम भाजक २५ ही इन संख्यावोंका महत्तम समापवर्तक हुआ.

उदाहरण २.—११६०, १४४५ और २००६ का महत्तम समापवर्तक बतावो

दूसरी रीतिसे— ११६०) १४४५ (१
११६०
२५५) ११६० (४
१०२०
१७०) २५५ (१
१७०
८५) १७० (२
१७०
×

पहिली दो संख्याओंका म० स० ८५ निकला अब इसका और तीसरी संख्याका निकाला— ८५) २००६ (२३
१७०
३०६
२५५
५१) ८५ (१
५१
३४) ५१ (१
३४
१७) ३४ (२
३४
×

यहां मह० समा० १७ निकला यही उत्तर है.

लघुतम समापवर्त्य.

परिभाषा—छोटीसे छोटी संख्या जो दो वा अधिक संख्यावोंसे पूरी २ बंट जांय उन संख्याओंका लघुतम समापवर्त्य कहाती है । यथा ५, ६ और ४ का लघुतम समापवर्त्य ६० है ।

रीति—दो रीतियां हैं

(१) दो संख्याओंके गुणनफलको उनके महत्तम समापवर्तकसे भाग दो फल लघुतम स० होगा । यदि दोसे अधिक संख्यावोंका निकालना है तो

पहिले दोका निकालो फिर फल और तीसरी संख्याका लघुतम इसी रीतिसे निकालो इसी प्रकार सम्पूर्ण संख्याओंके साथ क्रिया करो अंतिम लघुतम अभीष्ट लघुतम होगा।

(२) जिन संख्याओंका लघुतम निकालना है उनको एक पंक्तिमें लिखो और उनको २, ३, ५ इत्यादि रूढ़ि संख्याओंमेंसे किसी एकसे बांटो (भाजक रूढ़ि संख्या ऐसी होनी चाहिये जो कमसे कम दो संख्याओंको पूरी २ बांट सकै) जो पूरी बंटैं उनकी लब्धि नीचे रखते जावो और जो न कटैं उनको याथातथ्य इस नई पंक्तिमें उतारते जावो । फिर इस पंक्तिकोभी उसी प्रकार उचित रूढ़ि संख्यासे भागदो तीसरी पंक्ति मिलैगी यह क्रिया उस समयतक करो जबतक अंतिम पंक्तिमें परस्पर *रूढ़ि संख्यायें न मिलैं । फिर सम्पूर्ण भाजकों और अंतिम पंक्तिकी सब संख्याओंका परस्पर गुणन करो फल लघुतम होगा।

प्रायः यही रीति आधुनिक पाठशालाओंमें वर्ती जाती है।

उदाहरण १.—३६ और ४५ का लघुतम बतावो।

न्यास—पहिली रीतिसे—

३६ और ४५ का महत्तम ९ है

अतः $\frac{३६ \times \cancel{४५}^{५}}{\cancel{९}}$ = १८० यही इष्ट लघुत्तम है।

दूसरी रीतिसे—

$$\begin{array}{r|l} ३ & ४५,\ ३६ \\ \hline ३ & १५,\ १२ \\ \hline & ५,\ \ ४ \end{array}$$

रूढ़ि संख्या ३ से

दो वार भाग देनेसे अंतिम पंक्तिमें ५, ४ दो संख्यायें जो परस्पर रूढ़ि हैं प्राप्त हुईं अतएव सम्पूर्ण भाजकों और अंतिम पंक्तिकी सब संख्याओंका परस्पर गुणन किया = ३ × ३ × ५ × ४ = १८० फल हुआ

यही लघुतम समापवर्त्य है

---

* परस्पर रूढ़ि वह संख्यायें कहाती हैं जिनका कोई समापवर्तक नहीं होता.
(चक्रवर्ती)

उदाहरण २.—३३, ५५, ६०, ८०, ९० का लघुतम निकालो।

न्यास—पहिली रीतिसें—

पहिले ३३, ५५ का निकाला। इनका महत्तम ११ है अतएव

लघुतम = $\frac{३३ \times ५५}{११}$ = १६५ अब १६५ और ६० का लघुत्तम निकालना है १६५, १६५, ६० का महत्तम १५ है अतएव

लघुतम = $\frac{१६५ \times ६०}{१५}$ = ६६० अब ६६० और ८० का निकालना है ६६० और ८० का महत्तम २० है अतएव

लघुतम = $\frac{६६० \times ८०}{२०}$ = २६४० अब २६४० और ९० का निकालना है २६४०, ९० का महत्तम ३० है अतएव

लघुतम = $\frac{२६४० \times ९०}{३०}$ = ७९२०

यही अभीष्ट लघुतम समापवर्त्य है

दुसरी रीतिसे—

२) ३३, ५५, ६०, ८०, ९०

२) ३३, ५५, ३०, ४०, ४५

३) ३३, ५५, १५, २०, ४५

५) ११, ५५, ५, २०, १५

११) ११, ११, १, ४, ३

१, १, १, ४, ३

अतएव लघुतम = २ × २ × ३ × ५ × ११ × ४ × ३ = ७९२०

दशमलव.

किसी अंकके दशमांशको उसके बाँई ओर एक बिन्दु रखकर प्रकट करते हैं यथा ·३ = $\frac{३}{१०}$ के · इस बिन्दुको दशमलव बिंदु और ऐसी भिन्नको दशमलव भिन्न कहते हैं और किसी अंकके बाँई ओर उसके रख देनेसे यही अभिप्राय होता है कि उसका दशमांश लिया गया है. यदि उस अंकको

दहनी ओर एक स्थान हटाकर लिखें तो उससे अभिप्राय शतमांशसे होगा यथा $\cdot०३ = \frac{३}{१००}$ सहस्रांश दिखलानेके लिये अंकको दहनी ओर एक स्थान और हटाकर लिखते हैं यथा $\cdot००३ = \frac{३}{१०००}$ और फिर इसी भांति जानो.

इस प्रकार देखनेसे यह स्पष्ट सिद्ध होगा कि अंकके बाँई ओर शून्य रखनेसे अंकका मूल्य दशगुना कम हो जाता है.

परंतु अंकके दाहिनी ओर शून्य कितनेही बढाये जावें उनका कोई असर भिन्नपर नहीं पड़ता है यथा हमने अभी देखा है कि $\cdot३ = \frac{३}{१०}$ के हैं परंतु $\cdot०३ = \frac{३}{१००}$ और $\cdot००३ = \frac{३}{१०००}$ के है अर्थात् एक शून्य बाँई ओर लिखनेसे मूल्य संख्याका दसगुना कम होगया.

इसी प्रकार जब $\cdot३ = \frac{३}{१०}$ के है यदि दहनी ओर शून्य बढावे तो

$\cdot३० = \frac{३०}{१००}$ के है अर्थात् वही $\frac{३}{१०}$ के.

और $\cdot३०० = \frac{३००}{१०००} = \frac{३}{१०}$ के

जब अंश किसी पूर्णांकके साथ हो तो पूर्णांक बिन्दुके बाईं ओर लिखा जाता है यथा $२०\cdot३$ से अभिप्राय है कि $२०\frac{३}{१०}$ अर्थात् दशमांश ३ सहित २० है.

किसी दशमलव भिन्नको सामान्य भिन्न बनानेके लिये बिन्दुके स्थानपर हरमें १ लिखो और जितने अंक बिंदुके दहनी ओर हो उतनेही शून्य लिखो.

और जो अंक बिन्दुके दहनी ओर हैं उन्हें करके स्थानपर लिखो यथा $\cdot३ = \frac{३}{१०}$; $\cdot०३ = \frac{३}{१००}$, $\cdot३० = \frac{३०}{१००}$, $\cdot००३ = \frac{३}{१०००}$, $\cdot३०० = \frac{३००}{१०००}$, $२\cdot३ = २\frac{३}{१०}$, $२\cdot३० = २\frac{३०}{१००}$ इत्यादि.

किसी सामान्य भिन्नको दशमलव रूपमें लानेके लिये पहले हरको दशके किसी भागके रूपमें लाओ. फिर एकको छोडकर जितने शून्य हैं उतनेही अंक दहनी हाथसे छोडकर अंशमे बिंदु रखदो.

उदाहरण—$\frac{७}{१००}$, $\frac{१}{३२}$ $\frac{१५}{१६}$ को दशमलव रूपमें लिखो. $\frac{७}{१००}$ में हर १० का दशगुना है तो उसमें दो शून्य होनेसे हर ७ में दो अंक छोड़कर बिन्दु रक्खो ७ एक अंक होनेसे एक शून्य बाई ओर बढाया और $\cdot०७$ लिखा.

$\frac{१}{३२}$ मे हर १० का कोई भाग नहीं है अतः पहले उसे १० का भाग बनानेके लिये अंश और हर दोनोंको १००.००० से गुणा किया $= \frac{१०००००}{३२०००००}$

अब दोनोंमें ३२ का भाग दिया तो = $\frac{३१२५}{१००००००}$ अब एकको छोड़कर हरमें ५ शून्य है तो अंशमें ५ अंक छोड़कर बिन्दु लिखो = ·०३१२५– $\frac{१८}{९}$ में हरमें १० का अंश नहीं है अतः १० से गुणान करके अंश और हर दोनोंको ९ से भाग दिया. $\frac{१८ \times १०}{९ \times १०} = \frac{१८०}{९०} = \frac{२०}{१०} = २·०$

दशमलवका जोड़ और व्यवकलन साधारण संख्याओंकी भांति होता है. दशमलव बिंदुके सामने दशमलव उतारा जाता है

उदाहरण—३·७५६, ४·३२, २·०३, ५·१८ और १·०००१ को जोड़ो और जोड़मेंसे १·२१३५६ घटाओ.

जोड़	३·७५६
	४·३२
	२·०३
	५·१८
	१·०००१
	१६·२८६१
बाकी	१·२१३५६
	१५·०७२५४

दशमलव गुणानभी सामान्य संख्याके समान होता है केवल गुण्य और गुणाकमें जितने दशमलवके अंक होते हैं गुणानफलमें दहने हाथसे उतनेही अंकोंके पीछे बिन्दु रखते हैं

उदाहरण—५·४ को २·३ से गुणानकरके फलको १·४ से गुणान करो

५·४	अब गुण्यमें १ और गुणाकमें १ दशमलव अंक है तो फलमें २ अंकके बाद बिन्दु रक्खो. १२·४२
२·३	
१६२	
१०८	
१२४२	

१२·४२
१·४
४९६८
१२४२
१७३८८

अब गुण्यमें २ और गुणकमें १ दशमलव अंक हैं तो गुणनफलमें ३ अंकके पीछे बिन्दु रक्खा यथा. १७·३८८

दशमलव भाग—भाजकको पूर्ण राशि (रूप) मानकर भाज्यमें उतने स्थान दशमलव बिन्दु दहनी ओर हटाओ कि जितने दशमलव अंक भाजकमें हों फिर साधारण संख्याओंकी भांति भागलो और जब भाज्यमें पूर्णांक समाप्त हो जावें तो फलमें बिन्दु लगादो यदि भाज्यमें भागलेनेपर कुछ शेष रह जावे तो १ शून्य बढ़ाकर भागलो और ऐसाही करते जाओ जबतक भाग निःशेष हो अथवा अभीष्ट अंक दशमलवके मिल जावें.

नोट—जब भाजक पूर्णराशि है तो उसमें दशमलवका अंक शून्य है.
उदाहरण—१३·७८ को ·२ से भागदो.

यहां भाजकमें एक अंक दशमलव है तो भाज्यमें बिन्दु १ स्थान दहनी ओर हटाया तो १३७·८ हुये

```
२) १३७·८ (६८·९
   १२
   ──
    १७
    १६
    ──
     १८—अब पूर्ण राशि समाप्त हुई तो फलमें बिन्दु रक्खा
     १८
     ──
      ×
```

इसी रीतिको इस प्रकारभी कह सक्ते हैं.

भाज्य और भाजकको साधारण संख्या मानकर भागलो. जब शेष रह जाय तो शून्य बढ़ाकर भागलो. फिर भाज्यके दशमलव अंकोंमेंसे भाजकके दशमलव अंक घटाकर जो शेष रहैं उतनेही अंकपर दहनी ओरसे भागफलमें बिन्दु लगादो.

उदाहरण—६·१२५ को ·३७५ से भागदो.

```
·३७५) ६·१२५०० (१६३३
        ३७५
        ———
        २३७५
        २२५०
        ————
         १२५०
         ११२५
         ————
          १२५०
          ११२५
          ————
           १२५  इत्यादि.
```

अब भाजकमें ३ दशमलव अंक हैं और भाज्यमें ५ तो ५ − ३ = २ अंक पर भागफलमें बिन्दु लगाया यथा १६·३३

आवर्त दशमलव—हमने गत उदाहरणमें देखा कि हम कितनेही शून्य बढ़ाकर १२५ में ३७५ का भाग लेते जावें तो लब्धि ३ और शेष वही १२५ बचता है ऐसे वारंवार एकही अंककी लब्धिको आवर्त्त और ऐसी लब्धिवाली भिन्नको आवर्त्त दशमलव भिन्न कहते हैं

उदाहरण—$\frac{२}{३}$ को यदि दशमलव रूपमें लावें तो ६ वारंवार आता है ऐसी दशमलव भिन्नको आवर्तदशमलव कहते हैं.

```
३) २·० (६६
    १८
    ——
     २०
     १८
     ——
      २
```

और उसे वारंवार आनेवाले अंकपर एक बिन्दु लगाकर अंकित करते हैं यथा $\frac{२}{३} = ·\dot{६}$

उदाहरण २.—$\frac{८}{९} = ·\dot{८}$, $\frac{१०}{१२} = ·८\dot{३}$, $\frac{७}{९} = ·\dot{७}$, $\frac{५}{७} = ·\dot{७}\,१४२८\dot{५}$

आवर्त दशमलवकी साधारण भिन्न बनाना.

रीति—जितने अंक आवर्तके हों उतनेही ९ हरमें लिखो बाकी अंकोंके स्थानपर दशमलवकी भांति शून्य लिखो–अंशको साधारण अंक मानकर लिखो

यदि सब अंक आवर्तके नहीं हैं तो अंशमें भिन्नको साधारण संख्या मानकर और उसमेंसे अनावर्तकी संख्या घटाकर लिखो.

उदाहरण—$\cdot\dot{८}$, $\cdot ८\dot{३}$, $\cdot ७\dot{६}$, $\dot{७}१४२८\dot{५}$ की साधारण भिन्न बनाओ

$\cdot\dot{८} = \frac{८}{९}$ क्योंकि यहां एकही अंक है और वह आवर्तका है

$\cdot ८\dot{३} = \frac{८३-८}{९०} = \frac{७५}{९०} = \frac{५}{६}$ क्योंकि यहां एक आवर्त है और एक अंक अनावर्त है. आवर्तका ९ और अनावर्तका शून्य हरमें लिखा और ८३ संख्यामेंसे अनावर्तका ८ घटाकर अंश लिखा—

$\cdot ७\dot{६} = \frac{७६-७}{९०} = \frac{६९}{९०} = \frac{२३}{३०}$

$\cdot\dot{७}१४२८\dot{५} = \frac{७१४२८५}{९९९९९९} = \frac{५}{७}$.

आवर्त दशमलवका जोड़–बाकी.

जोड़—दशमलव अंकोंकी संख्या आवर्तके अंक बढ़ाकर बराबर करलो. फिर साधारण संख्याओंकी सदृश जोड़ो योगफलमें वह अंक जोड़ दो जो परिवर्ती अंकोंकी बायें हाथके सबसे पहली पंक्तिमें हाथ लगा हो.

उदाहरण—$४\cdot\dot{७}$, $\cdot ५\cdot ७\dot{६}$, $\dot{८}$, $\cdot ८\dot{३}$, $\cdot\dot{७}१४२८\dot{५}$ जोड़ो.

दशमलवके अंक बराबर करके लिखा.

```
 ४·७७७७७७
 ५·७६६६६६
  ·८८८८८८
  ·८३३३३३
  ·७१४२८५
-----------
१२·९८०९४९
         ३
-----------
१२·९८०९५२̇
```

अथवा भिन्न (साधारण) बनाकर भिन्नकी रीतिसे जोड़ो.

$$४\frac{७}{९} + ५\cdot\frac{२३}{३०} + \frac{८}{९} + \frac{५}{६} + \frac{५}{७} = \frac{३०१० + ३६३३ + ५६० + ५२५ + ४५०}{६३०}$$

$$= \frac{८१७८}{६३०} = १२\cdot ९८०९५\dot{२}$$

बाकी—दशमलव अंक बराबर करके साधारण संख्याओंकी भाँति घटाओ और शेषमेंसे आवर्तके अंकोंकी बाँये हाथकी पहिली पंक्तिके हाथके अंकको घटा दो.

उदाहरण— $३·\dot{७}\dot{६}$ से $\dot{१}२३४\dot{५}$ घटाओ.

```
३·७६७६७६७६७६
 ·१२३४५१२३४५
─────────────
३·६४४२२५५३३१
```

(अन्तिम फलमें ६ और १ पर आवर्तके बिन्दु छपे हैं: $३·\dot{६}४४२२५५३३\dot{१}$)

उदाहरण २.—$५·\dot{४}\dot{३}$ से $·\dot{४}३७८\dot{६}$ घटाओ.

```
५·४३४३४३४३४३
 ·४३७८६४३७८६
─────────────
४·९९६४७९०५५७        यहां १ हाथ लगा है घटाया.
            १
─────────────
४·९९६४७९०५५६
```

($४·\dot{९}९६४७९०५५\dot{६}$)

यही फल भिन्न बनाकर क्रिया करनेसेभी होगा.

यथा—

$$५·\dot{४}\dot{३} = ५\frac{४३}{९९} = \frac{५३८}{९९}$$

$$·\dot{४}३७८\dot{६} = \frac{४३७८६}{९९९९९}$$

$$५·\dot{४}\dot{३} - ·\dot{४}३७८\dot{६} = \frac{५३८}{९९} - \frac{४३७८६}{९९९९९}$$

$$= \frac{५९७७७१८ - ४८१६४६}{११ \times ९९९९९}$$

$$= \frac{५४९६०७२}{१०९९९८९}$$

$$= ४·\dot{९}९६४७९०९५\dot{६}$$

आवर्त दशमलवका गुणन और भाग साधारण भिन्न बनाकर भिन्नके सदृश होता है.

दशमलवद्वारा भिन्नोंका जोड़ बाकी गुणन भाग बहुत सहजता और संक्षेपसे होता है इस लिये आजकल इसका प्रयोग बढता जाता है. उदाहरणद्वारा दिखलाते हैं कि कैसे संक्षेपसे दशमलवसे काम होता है.

उदाहरण—५०० रु. १२ आने ६ पाई ५० आदमियोंको बराबर बांट दो तो प्रत्येकको क्या मिलैगा.

यदि भिन्न करके भागदें तो बहुत विस्तार हो अतः ५००॥।) ६ को दशमलवमें लिखा

५०) ५००·७८१२५

खंड भागसे पहले ५ का भाग दिया तो

५) ५००·७८१२५

१००·१५६२५

अब १० का भाग दिया तो बिन्दु एक अंक बाँई ओर हटाकर लिख दिया तो प्रत्येकको १०·०१५२४५७ मिला

१०·०१५६२५

१६

·२५०००० आने

१२

३·०००००० पाई

अर्थात् १०) ३ प्रत्येकको मिला.

चक्रवृद्धि अर्थात् व्याजपर व्याज.

रीति—१ सालका व्याज जोड़कर अन्त्यधनपर फिर व्याज निकालो इसको फिर अन्त्यधनमें जोड़ो और व्याज निकालो. ऐसाही करते जावो जब तक सब सालका सूद न निकल आवे. सूद सूद जोड़नेसे अथवा अन्त्यधनमेंसे मूलधन घटानेसे व्याज बचैगा

दूसरी रीति—१) का १ सालका व्याज निकालो. और उसमें अर्थात् १) में जोड़ो. फिर उसको उसीसे उतनी बेर गुणन करो कि जितने वर्षका व्याज निकालना है. मूलधनसे गुणन करनेपर अन्त्यधन होगा. अन्त्यधनमेंसे मूलधन घटानेपर व्याज बचैगा

उदाहरण—५००) का ३ वर्षका ४) सैकड़ा सूदसे व्याज बताओ, जब व्याजपर व्याज देनाहो ?

१००) का व्याज ४) तो ५००) का त्रैराशिकसे

१००) ५००) ४) $\frac{५००×४}{१००}$ = २०) पहले वर्षका व्याज

मूलधनमें जोड़ा ५००) + २०) = ५२०)